

Stærðfræðikeppni fyrir grunnskólanema

10. mars 2010

8. bekkur

Svör og lausnir

1 Fyrsti hluti

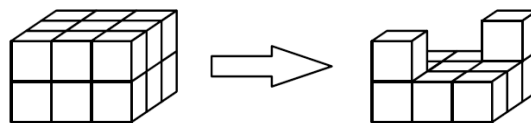
Í þessum hluta eru 20 spurningar. Hver spurning er 3 stiga virði. Krossið við rétt svar. Fyrir rangt svar er 1 stig dregið frá.

1) Hvert er gildi stæðunnar $2 \times 0 \times 1 \times 0 + 2010$?

- 0 2010 2012 2013

Lausn: $2 \times 0 \times 1 \times 0 + 2010 = 0 + 2010 = 2010$.

2) Hve margir kubbar hafa verið fjarlægðir úr kubbastæðunni til vinstri til að fá kubbastæðuna til hægri?



- 5 6 7 9

Lausn: Á hvorri hæð kubbastæðunnar voru upphaflega níu kubbar. Aðeins eru tveir kubbar eftir af efri hæðinni og neðri hæðin er óbreytt. Það hafa því verið fjarlægðir $9 - 2 = 7$ kubbar.

3) Hver er stærst talnanna 0,109; 0,2; 0,114; 0,19?

- 0,109 0,2 0,114 0,19

Lausn: 0,2 er stærsta talan.

4) Fjórir nemendur geta setið við eitt ferningslaga skólaborð. Fyrir bekkjarskemmtun eru sett saman sjö slík skólaborð sem mynda langborð sem er í laginu eins og réttthyrningur. Hve margir nemendur geta setið við langborðið?

- 14 16 21 28

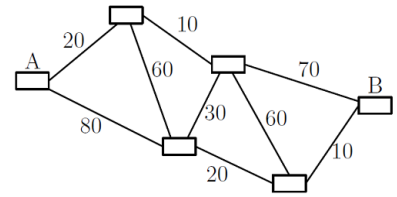
Lausn: Við hvert borð sem ekki er endaborð geta setið tveir nemendur. Við endaborðin geta setið þrjú nemendur. Endaborðin eru tvö og hin eru fimm. Það geta því $2 \times 3 + 5 \times 2 = 6 + 10 = 16$ nemendur setið við langborðið.

5) Við Blaðvallabraut eru húsnúmer sunnanmegin götunnar með oddatölum en húsnúmerin norðanmegin eru með sléttum tölum. Það eru aðeins fleiri hús sunnanmegin. Þar eru húsnúmerin frá 1 upp í 25. Norðanmegin eru húsnúmerin frá 2 upp í 18. Hve mörg hús eru við Blaðvallabraut?

- 20 21 22 23

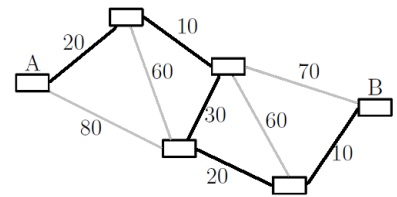
Lausn: Oddatölur milli 1 og 25 að báðum meðtöldum eru 13. Sléttar tölur milli 2 og 18 að báðum meðtöldum eru níu. Það eru því $13 + 9 = 22$ hús við Blaðvallabraut.

6) Reynir ætlar að ganga frá A til B á sem skemmstum tíma. Til að finna út bestu leiðina rissar hann upp allar færar leiðir og áætlar hve margar mínútur taki að ganga hvern áfanga. Hve fljótur getur Reynir verið að ganga frá A til B?

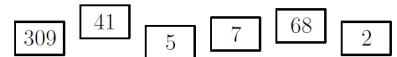


- 90 mínútur 100 mínútur 110 mínútur 120 mínútur

Lausn: Myndin sýnir stystu leið í mínútum talið. Reynir getur styst verið $20 + 10 + 30 + 20 + 10 = 90$ mínútur á leiðinni



7) Myndin sýnir sex pappaspjöld með tölum. Hver er minnsta talan sem hægt er að mynda með því að raða pappaspjöldunum upp í einfalda röð?



- 1.234.567.890 3.097.568.241 2.309.415.687 2.309.415.678

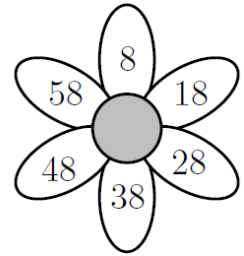
Lausn: Því framur sem lágu tölurnar eru því minni verður talan. Fyrsta spjaldið verður því 2, næst kemur 309, þá 41, sem er fylgt eftir með 5, síðan 68 og loks 7. Niðurstaðan er því 2.309.415.687

8) Sex misþung lóð eru sett í þrjá kassa, tvö í hvern. Lóðin veiga 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg og 6 kg. Einn kassinn vegur 9 kg og annar 8 kg. Hvaða lóð eru í þriðja kassanum?

- 1 kg og 5 kg 1 kg og 3 kg 2 kg og 4 kg 3 kg og 4 kg

Lausn: Við vitum að tveir kassanna veiga samtals $9 + 8 = 17$ kg. Þá vegur þriðji kassinn $21 - 17 = 4$ kg. Einu tvö lóðin sem veiga samtals 4 kg eru 1 kg og 3 kg lóðin.

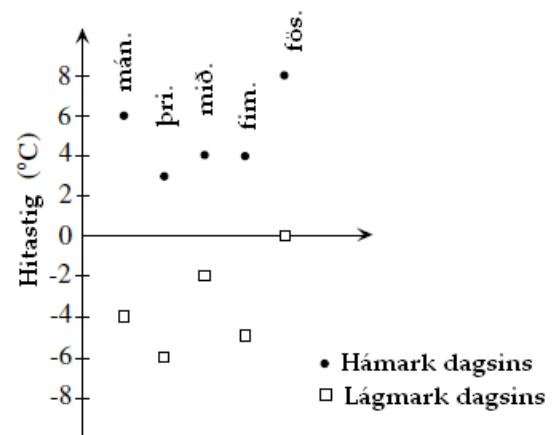
9) Blómabaniinn Bína getur ekki staðist að rífa blöðin af talnablómum. Hún tynir þó aðeins þau blöð af sem fylgja ákveðinni reglu. Fyrir blómið hér til hliðar var reglan sú að Bína tók af þau blöð sem höfðu afganginn tvo þegar deilt var í tölu blaðsins með sex. Hver er summa talnanna á blöðunum sem hún týndi af?



- 46
 84
 86
 114

Lausn: Blöðin sem hún reif af báru tölurnar 8 og 38. Summa þeirra er $8 + 38 = 46$.

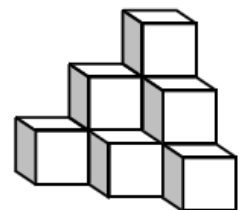
10) Myndin sýnir lægsta og hæsta hitastig fimm daga. Hvaða dag er mestur munur milli lægsta og hæsta hitastigs?



- Mánudegi
 Þriðjudegi
 fimmtudegi
 Föstudegi

Lausn: Á mánudegi er bilið um $6 - (-4) = 6 + 4 = 10$ gráður. Á þriðjudegi er bilið um $3 - (-6) = 3 + 6 = 9$ gráður. Á miðvikudegi er bilið um $4 - (-2) = 4 + 2 = 6$ gráður. Á fimmtudegi er bilið $4 - (-5) = 4 + 5 = 9$ gráður og á föstudegi er bilið um $8 - 0 = 8$ gráður. Mestur hitamunur er því á mánudeginum.

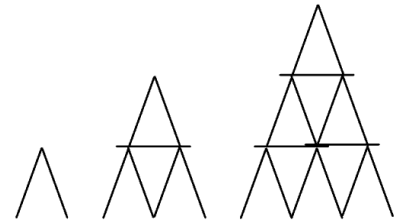
11) Harpa bjó til listaverk með því að líma saman tíu kubba eins og myndin sýnir. Síðan málaði hún verkið eldrautt, botninn meðtalinn. Þegar Sjöfn systir Hörpu kemur heim rífur hún listaverkið í sundur þangað til hún hefur tíu staka kubba. Hve margir hliðarfletir eru rauðmálaðir?



- 18
 30
 36
 42

Lausn: Á myndinni sjáum við 18 hliðarfleti. Sléttu hliðarnar þrjár, sem við sjáum ekki, hafa sex hliðarfleti hver. Harpa hefur því málað $18 + 3 \times 6 = 36$ hliðarfleti.

12) Páll byggir hús úr spilum. Húsið er byggt upp með litlum þríhyrningum sem má mynda með því að halla tveimur spilum hvort að öðru. Hann byrjar með hús á einni hæð, bætir síðan annarri hæð við og loks þriðju eins og myndin sýnir. Fyrir einnar hæðar húsið notar hann tvö spil, fyrir tveggja hæða húsið notar hann sjö spil og fyrir þriggja hæða húsið notar hann 15 spil. Hve mörg spil þarf Páll til að geta byggt fjögurra hæða spilahús með sama hætti?



- 23 24 25 26

Lausn: Í fyrstu hæðina þarf 4 þríhyrninga. Í það fara átta spil. Ofan á þau leggjast þrjú lárétt spil. Þar fyrir ofan bætist við samskonar bygging og þriggja hæða húsið sem innihélt 15 spil. Páll þarf því $8 + 3 + 15 = 26$ spil til að geta byggt fjögurra hæða spilahús.

13) Í stæðuna á eftir að setja „+“ og „-“ merki.

$$2006 \square 2007 \square 2008 \square 2009 \square 2010.$$

Hverja af eftirtöldum útkomum er ekki hægt að fá?

- 2002 2005 2006 2010

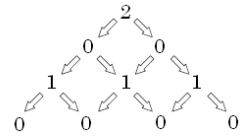
Lausn: Með því að setja „+“ eða „-“ merki milli þriggja sléttra talna og tveggja oddatalna fáum við alltaf út slétta tölu. Töluna 2005 er því ómögulegt að fá. Göngum úr skugga um að við getum fengið hinar tölurnar. $2002 = 2006 + 2007 + 2008 - 2009 - 2010$, $2006 = 2006 + 2007 - 2008 - 2009 + 2010$ og $2010 = 2006 - 2007 - 2008 + 2009 + 2010$.

14) Þrjár vinkonur, Áslaug, Guðlaug og Sigurlaug, hafa farið 15 sinnum í sund. Áslaug borgaði í laugina fyrir allar þrjár átta sinnum og Guðlaug borgaði fyrir þær allar sjö sinnum. Sigurlaug greiddi vinkonum sínum skuldina sem nam 3.000 krónum. Hve mikið af 3.000 krónum fær Áslaug ef Áslaug og Guðlaug skipta þeim á milli sín þannig að allar hafi greitt jafnmikið.

- 1.600 1.800 2.000 2.200

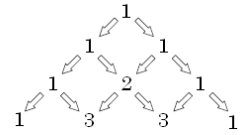
Lausn: Sigurlaug borgar þeim 3.000 krónur fyrir að hafa lánað sér fyrir sundgjaldinu 15 sinnum. Það kostar því $3.000/15 = 200$ krónur í sund. Áslaug hefur því borgað samtals $3 \times 200 \times 8 = 4.800$ krónur og Guðlaug $3 \times 200 \times 7 = 4.200$ krónur. Til að allar greiði jafnmikið á Áslaug að fá $4.800 - 3.000 = 1.800$ krónur og Guðlaug $4.200 - 3.000 = 1.200$ krónur.

15) Á hve marga vegu getum við myndað töluna 2010 með því að fylgja örvunum á myndinni?

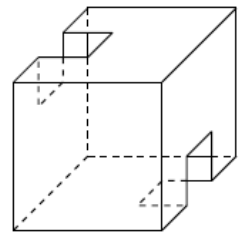


- 8 10 11 12

Lausn: Fjöldi leiða að ákveðnum tölustaf er jafn summu leiðanna að tölustafnum næst á undan. Myndin sýnir hvernig við fáum fjölda mögulegra leiða að hverjum tölustaf á myndinni. Leggjum saman tölurnar í neðstu línunni og fáum að fjöldi leiða er $1 + 3 + 3 + 1 = 8$.



16) Teningurinn hér til hliðar er tekinn í sundur á brúnunum og fluttur út. Hver af myndunum að neðan sýnir hvernig teningurinn getur litið út þegar búið er að fletja hann út?



-

Lausn: Þriðji valmöguleikinn sýnir hvernig teningurinn lítur út eftir að búið er að fletja hann út.

17) Myndin sýnir spjöld. Á hverju spjaldi eru tveir bókstafir. Á neðri myndinni er búið að umraða spjöldunum. Hvaða bókstafaruna gæti verið í neðri línunni á neðri myndinni.

M	I	S	S	I	S	S	I	P	P	I
K	I	L	I	M	A	N	J	A	R	O
P	S	I	S	I	M	I	S	S	P	I

- ANJAMKILIOR RLIIMKOJNAA RAONJMILIKA ANMAIKOLIRJ

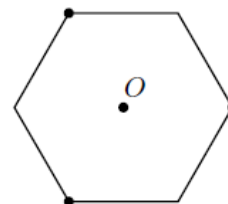
Lausn: Fyrir neðan P stendur A annars vegar og R hins vegar. Við verðum því að hafa A fremst og R næst aftast eða öfugt. Aðeins RLIIMKOJNAA og ANMAIKOLIRJ uppfylla það skilyrði. Fyrir neðan S-in eru L, I, A og N en fyrir RLIIMKOJNAA er J fyrir neðan S sem gengur ekki. ANMAIKOLIRJ er því eini möguleikinn og athugun leiðir í ljós að hann passar.

18) Oddur leggur saman fyrstu 1.000 sléttu tölurnar. Næst leggur hann saman fyrstu 1.000 oddatölurnar. Að lokum reiknar hann mismuninn á summunum tveimur. Hver verður útkoman?

1 500 1000 2000

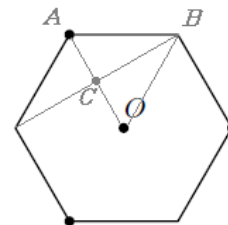
Lausn: Mismunur summana er $(2 + 4 + 6 + \dots + 2000) - (1 + 3 + 5 + \dots + 1999)$ sem má umrita sem $\underbrace{(2 - 1) + (4 - 3) + (6 - 5) + \dots + (2000 - 1999)}_{1000} = 1 \times 1000 = 1000$.

19) Blaðsnepillinn á myndinni er í laginu eins og reglulegur sexhyrningur. Hvaða form fæst þegar blaðsnepillinn er brotinn saman þannig að merktu hornin falla inn að miðpunktinum O ?



Jafnhliða þríhyrningur Ferningur Sexhyrningur Stjarna

Lausn: Úr því blaðsnepillinn er reglulegur sexhyrningur þá er þríhyrningurinn $\triangle AOB$ jafnhliða. Punkturinn C sem er miðpunktur línustriksins AO er því jafnframt skurðpunktur helmingunarlínu hornsins $\angle ABO$. Fyrir hvern af merktu punktum myndast því bein lína milli aðlægra horna sexhyrningsins, þ.e. hornanna sem eru ekki merkt. Formið sem myndast er þess vegna jafnhliða þríhyrningur.



20) Dolli, Doddi og Dúddi versluðu allir í Kjörbúðinni. Dolli keypti sér tvö epli, þrjár appelsínur og einn banana og greiddi fyrir það 98 krónur. Doddi keypti sér eitt epli, þrjár appelsínur og tvo banana og greiddi fyrir það 94 krónur. Loks keypti Dúddi sér tvær appelsínur og einn banana og borgaði 48 krónur. Hve mikið kostar eitt epli?

12 krónur 14 krónur 16 krónur 18 krónur

Lausn: Látum E vera verðið á einu epli, A verðið á einni appelsínu og B verðið á einum banana. Við höfum þrjár jöfnur

$$\begin{aligned} 3A + B + 2E &= 98 \\ 3A + 2B + E &= 94 \\ 2A + B &= 48 \end{aligned}$$

Síðasta jafnan gefur okkur að $B = 48 - 2A$. Stingum því inn í efstu tvær jöfnurnar.

$$\begin{aligned} 3A + 48 - 2A + 2E &= 98 \\ 3A + 2(48 - 2A) + E &= 94 \end{aligned}$$

sem er jafngilt

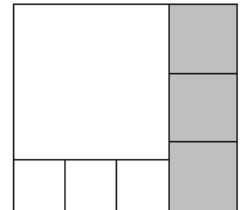
$$\begin{aligned} A + 2E &= 50 \\ -A + E &= -2 \end{aligned}$$

Neðri jafnan gefur okkur að $A = E + 2$. Stingum því inn í efri jöfnuna. $E + 2 + 2E = 50$ og við fáum að $3E = 48$ eða $E = \frac{48}{3} = 16$.

2 Annar hluti

Í þessum hluta eru 5 spurningar. Hver spurning er 6 stiga virði. Hér á aðeins að skrifa svarið.

21) Ferningi er skipt niður í sjö minni ferninga eins og myndin sýnir. Grálitu ferningarnir hafa allir hliðalengdina átta. Hver er hliðalengd stóra hvíta ferningsins?



Svar: 16

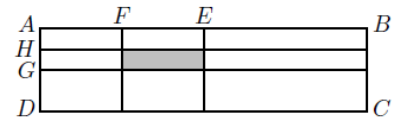
Lausn: Hliðalengd upphaflega ferningsins er $3 \times 8 = 24$. Látum x vera hliðalengd litlu hvítu ferninganna. Þá er $3x + 8 = 24$ þannig að $3x = 16$ en hliðalengd stóra hvíta ferningsins er einmitt $3x$.

22) Bíll ekur með jöfnum hraða, 25 metra á sekúndu. Hve marga kílómetra kemst bíllinn á einni klukkustund með sama hraða?

Svar: 90 km

Lausn: Í einni klukkustund eru $60 \times 60 = 3600$ sekúndur svo bíllinn fer 25×3600 metra á klukkustund. Til að breyta metrunum í kílómetra þurfum við að deila með 1000 og fáum $\frac{25 \times 3600}{1000} = 25 \times 3,6 = 90$ km.

23) Í rétthyrningnum $ABCD$ er lengdin milli A og B fjórir metrar og lengdin milli B og C einn metri. Punkturinn E er mitt á milli A og B og punkturinn F er mitt á milli A og E . G er mitt á milli A og D og H er mitt á milli A og G . Hvert er flatarmál skyggða svæðisins á myndinni?



Svar: $\frac{1}{4} \text{ m}^2$

Lausn: Lengdin milli F og E er fjórðungur af lengdinni milli A og B , sem er $\frac{4}{4} = 1$ m. Eins er lengdin milli H og G fjórðungur af lengdinni milli B og C eða $\frac{1}{4}$ m. Flatarmál skyggða svæðisins er því $|FE| \times |HG| = 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{ m}^2$.

