

Stærðfræðikeppni fyrir grunnskólanema**10. mars 2010****9. bekkur****Svör og lausnir****1 Fyrsti hluti**

Í þessum hluta eru 18 spurningar. Hver spurning er 3 stiga virði. Krossið við rétt svar. Fyrir rangt svar er 1 stig dregið frá.

1) Hvert er gildi stæðunnar $\frac{12 \times 5}{10}$?

- 6 8 10 12

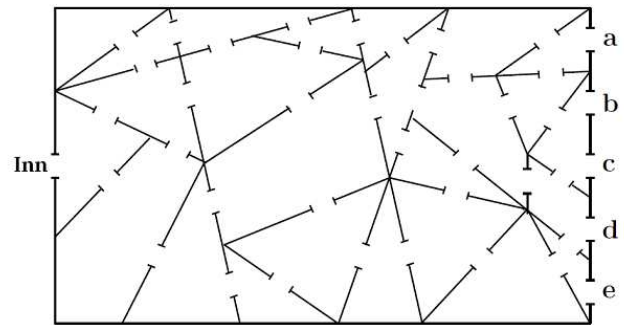
Lausn: $\frac{12 \times 5}{10} = \frac{60}{10} = 6.$

2) Hver er útkoman þegar tólf þúsund eru lögð við tólf milljónir?

- 12.012.000 12.120.000 120.120.000 12.000.012.000

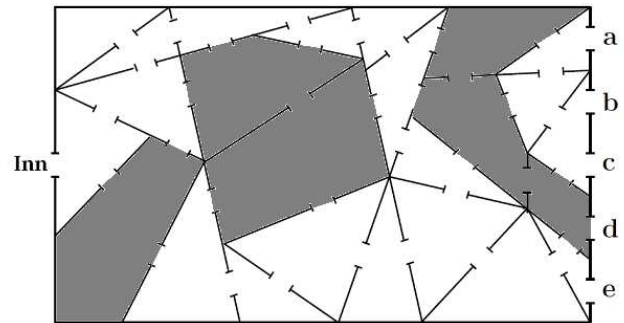
Lausn: $12.000.000 + 12.000 = 12.012.000.$

3) Palli Pí getur ekki gengið inn í herbergi sem hefur fleiri en þrjú horn. Myndin sýnir teikningu af íbúð Palla eftir að nokkrir veggir hafa fallið niður í skelfilegum jarðskjálfta. Til að bjarga kettinum sínum verður Palli að komast í gegnum íbúðina og út um einn glugganna sem merktir eru með a , b , c , d og e . Út um hvaða glugga kemst Palli?



- a b c e

Lausn: Á myndinni höfum við merkt með gráum lit þau herbergi sem Palli getur ekki farið inn í. Við sjáum þá að Palli kemst út um glugga e og það er eini glugginn sem hann kemst út um.

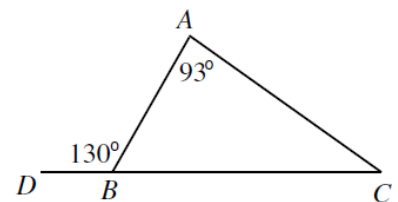


4) Á jólaskemmtun fá krakkarnir að draga gjafir úr poka. Gjafirnar eru annaðhvort stærðfræðibók eða vasareiknir. Upphaflega eru 27 gjafir í pokanum. Össur fær fyrstur að draga sér gjöf og líkurnar á því að hann fái stærðfræðibók eru $\frac{2}{3}$. Hve margar bækur eru upphaflega í pokanum?

- 7 9 15 18

Lausn: Ef líkurnar á að draga stærðfræðibók eru $\frac{2}{3}$ þá eru bækurnar $\frac{2}{3} \times 27 = \frac{54}{3} = 18$ í upphafi.

5) Hve margar gráður er hornið $\angle C$ á myndinni?



- 17° 37° 47° 57°

Lausn: Hornið $\angle ABC = 50^\circ$ því það er grannhorn við 130° og þá er hornið $\angle C = 180^\circ - (93^\circ + 50^\circ) = 37^\circ$.

6) Lísa ber saman þyngdina á nokkrum ♡, ♦ og ♣ og fær út að ♡♡♡♡ vega jafn mikið og ♦♦. ♦♦♦ vega hins vegar jafn mikið og ♣♣. Hvert eftirtalinna vegur ekki jafn mikið og ♡♦♣?

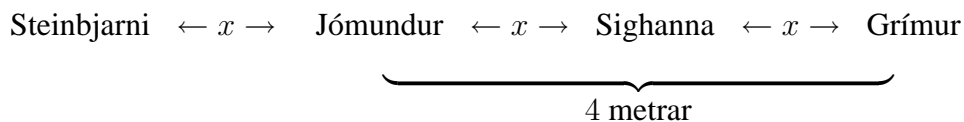
- ♡♡♡♡♦
 ♡♡♡♣
 ♡♡♦♦
 ♡♣♣

Lausn: Við megum gefa okkur að ♡ vegi einn. Þá vega $2♦ = 4$ og því $♦ = 2$. Jafnframt fæst að $3♦ = 2♣$ sem gefur $3 \times 2 = 2♣$. Þar með er $♣ = \frac{6}{2} = 3$. Með því að túlka þetta með tölum fæst að $♡♦♣ = 1 + 2 + 3 = 6$ og $♡♡♡♡♦ = 4 \times 1 + 2 = 6$, $♡♡♡♣ = 3 \times 1 + 3 = 6$, $♡♡♦♦ = 2 \times 1 + 2 \times 2 = 6$ og loks $♡♣♣ = 1 + 2 \times 3 = 7$. ♡♣♣ vegur því ekki jafnmikið og ♡♦♣.

7) Fjórar krákur sitja á mismunandi stöðum á girðingu. Þær heita Jómundur, Steinbjarni, Sighanna og Grímur. Jómundur situr mitt á milli Steinbjarna og Sighönnu. Fjarlægðin milli Steinbjarna og Jómundar er nákvæmlega sú sama og fjarlægðin milli Sighönnu og Gríms. Jómundur situr í fjögurra metra fjarlægð frá Grími. Hve langt er milli Steinbjarna og Gríms?

- 5 metrar
 6 metrar
 8 metrar
 9 metrar

Lausn: Látum x vera fjarlægðina milli Jómundar og Steinbjarna.



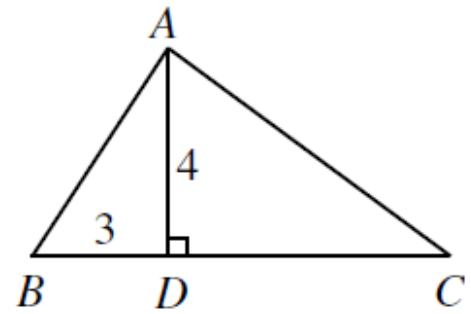
Fjarlægðin milli Jómundar og Gríms er 4 metrar sem jafnframt er $2x$. Það gefur okkur að $x = 2$ metrar. Þá er fjarlægðin milli Steinbjarna og Gríms $3x = 3 \times 2 = 6$ metrar.

8) Bambusplanta vex um 105 cm á sólarhring. Á hádegi þann 1. maí er plantan 2 m á hæð. Hve há verður plantan orðin á hádegi þann 8. maí?

- 3,05 m
 7,35 m
 8,30 m
 9,35 m

Lausn: Á sjö dögum hefur plantan vaxið um $7 \times 105 = 735$ cm sem eru 7,35 m. Plantan er því orðin $2 + 7,35 = 9,35$ m.

9) Á myndinni er lengdin milli D og C tvöföld lengdin milli B og D . Hvert er flatarmál þríhyrningsins $\triangle ABC$?



- 12 18 24 36

Lausn: Lengdin milli B og D er 3 svo þá er lengdin milli D og C 6. Við fáum að lengdin milli B og C er $3 + 6 = 9$ og þar með er flatarmálið $\frac{9 \times 4}{2} = \frac{36}{2} = 18$.

10) Hver er útkoman úr stæðunni hér til hliðar?

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1 \\
 -\ 1
 \end{array}$$

- 0 1.000.000.000 1.010.101.010 1.111.111.111

Lausn: Mismunurinn sem fæst úr tveimur efstu línunum er $1.111.111.111 - 111.111.111 = 1.000.000.000$. Mismunurinn sem fæst fyrir línur þrjú og fjögur er $11.111.111 - 1.111.111 = 10.000.000$. Mismunurinn sem fæst fyrir línur fimm og sex er $111.111 - 11.111 = 100.000$. Mismunurinn sem fæst fyrir línur sjö og átta er $1.111 - 111 = 1.000$ og fyrir línur níu og tíu fæst $11 - 1 = 10$. Útkoman úr stæðunni er summan $1.000.000.000 + 10.000.000 + 100.000 + 1.000 + 10 = 1.010.101.010$.

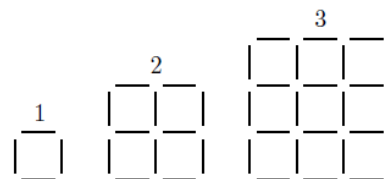
11) Í rununni er hver tala, fyrir utan fyrstu tvær, meðaltal talnanna tveggja næst á undan. Hvaða tala kemur í stað x ?

$$32, 8, \underline{\quad}, \underline{\quad}, x$$

- 14 17 20 24

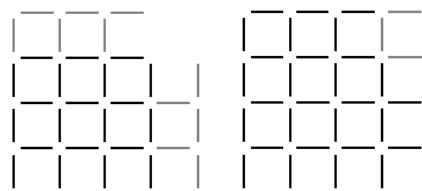
Lausn: Næst á eftir 8 kemur $(32 + 8)/2 = 20$. Næst á eftir 20 kemur $(8 + 20)/2 = 14$. Næst á eftir 14 og í stað x kemur $(20 + 14)/2 = 17$.

12) Bubbi er mikill dundari og dundar sér einn daginn við að búa til myndur úr fjalli af tannstönglum sem honum áskotnaðist. Bubbi býr til ferninga eins og myndin sýnir og númerar hvert myndur með hæð þess. Hve mörgum tannstönglum munar á myndrinu númer 30 og myndrinu númer 31?

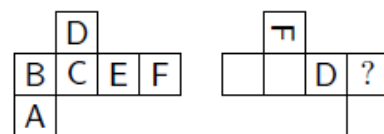


- 120 124 148 254

Lausn: Byggjum myndur númer fjögur með því að nota myndur númer þrjú sem grunn. Við byggjum út frá tannstönglunum sem liggja efst og lengst til hægri í myndri númer þrjú. Fyrir hvern af þessum ystu tannstönglum bætast við einn láréttur tannstöngull og annar lóðréttur eins og myndin til vinstri sýnir. Þá er eftir að bæta við fjórum tannstönglum efst til hægri eins og myndin til hægri sýnir. Frá myndri númer þrjú til myndurs númer fjögur bætast því við $2 \times 2 \times 3 + 4 = 4 \times 3 + 4 = 16$ tannstönglar. Á sama hátt sjáum við að við þurfum að bæta $4 \times 30 + 4 = 124$ tannstönglum við myndur númer 30 til að mynda myndur númer 31.



13) Teningur sem hefur bókstafina A, B, C, D, E og F, einn á hverri hlið, er fluttur út á tvo mismunandi vegu eins og myndin sýnir. Hvaða bókstafur verður á hliðinni sem er merkt með spurningarmerki?



- A B C E

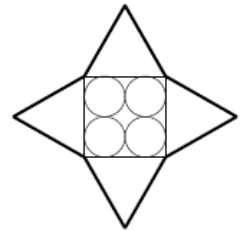
Lausn: Með því að brjóta teninginn vinstra megin aftur saman sjáum við að E verður á hliðinni sem er þeim megin við D sem bogni hlutinn vísar til.

14) Bensíntrúkkur keyrir með bensín á þrjár bensínstöðvar. Á fyrstu stöðinni dælir bíllinn 30% af bensínfarminum í tanka stöðvarinnar. Á annarri stöðinni dælir hann 40% af bensíninu sem eftir er og á þriðju stöðinni dælir hann helmingnum sem þá er eftir. Hve stórt hlutfall af upphaflega bensínfarminum er eftir í trukknum eftir að hann hefur farið á allar þrjár stöðvarnar?

- 10% 12% 15% 21%

Lausn: Látum B vera magnið af bensíni sem trúkkurinn leggur upp með. Eftir fyrstu stöðina er $0,7B$ eftir á bílnum. Eftir aðra stöðina er $0,6 \times 0,7B = 0,42B$ eftir og eftir þriðju og síðustu stöðina er $0,5 \times 0,42B = 0,21B$ eftir á bílnum sem gera 21%.

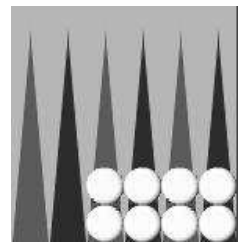
15) Á myndinni eru fjórir hringir með radíus 5 innritaðir í ferning. Hliðar ferningsins eru einnig hliðar í jafnhliða þríhyrningum. Hvert er ummál fjórstjörunnar sem ystu línur myndarinnar skapa?



- 80 120 160 240

Lausn: Hliðalengd þríhyrninganna er fjórfaldur radíus hringjanna, eða 20. Ummál fjórstjörunnar samanstendur af 8 línustrikum, hvert af lengd 20. Ummálið er því $8 \times 20 = 160$.

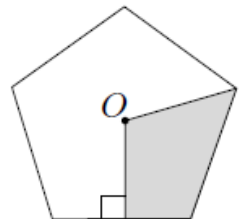
16) Í kotru kasta keppendur tveimur teningum og færa leikmenn sína eftir hvert kast. Myndin sýnir heimaborð hvíts. Svartur er með einn mann útaf og til að komast með manninn inn í næsta kasti þarf hann að fá upp fimmu eða sexu á a.m.k. annan teninginn. Hverjar eru líkurnar á að svartur komist inn í næsta kasti?



- $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{2}{3}$

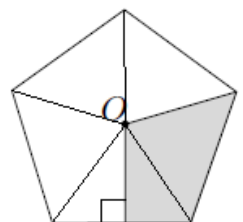
Lausn: Reiknum fyrst líkurnar á því að svartur komist ekki inn. Fyrir hvorn tening eru líkurnar $\frac{4}{6}$ á að fá hvorki fimmu né sexu. Líkurnar á því að á hvorugan tening komi fimmu eða sexa er því $\frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{4}{9}$. Líkurnar á því að komast inn eru þá $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$.

17) Punkturinn O er miðpunktur reglulega fimmhyrningsins á myndinni. Skyggða svæðið af línustriki frá O út í einn hornpunktinn og öðru línustriki sem er hornrétt á eina hliðina eins og myndin sýnir. Hve stórt hlutfall af fimmhyrningnum er skyggt?



- 20% 25% 30% 40%

Lausn: Við getum skipt fimmhyrningnum í fimm jafnstóra þríhyrninga eins og á myndinni og sjáum að skyggða svæðið nær yfir einn og hálfan þríhyrning. Hlutfallið er því $1,5/5 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{10} = 30\%$.



18) Tvær hliðar þríhyrnings eru 120 og 130. Hver af eftirtöldum möguleikum getur ekki verið lengd þriðju hliðarinnar?

- 40 100 150 260

Lausn: Samanlögð lengd tveggja hliða í þríhyrningi er ávallt meiri en lengd þriðju hliðarinnar. Þriðja hliðin getur því ekki verið 260. Hinir möguleikarnir uppfylla allir skilyrðið hér að ofan.

2 Annar hluti

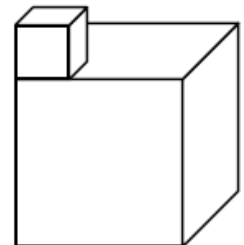
Í þessum hluta eru 6 spurningar. Hver spurning er 6 stiga virði. Hér á aðeins að skrifa svarið.

19) Könnun er lögð fyrir 2010 nemendur. Könnunin leiðir í ljós að 1500 nemendur hafa tekið þátt í stærðfræðikeppninni og 1200 hafa tekið þátt í söngvakeppninni. Það kom einnig í ljós að 10 krakkanna tóku þátt í hvorugri keppninni. Hve margir af krökkunum 2010 tóku þátt í báðum keppnunum?

Svar: 700

Lausn: Af 2010 krökkum tóku 2000 þeirra þátt í a.m.k. annarri keppninni. Samtals tóku 2700 krakkar þátt í stærðfræði- og söngvakeppninni. Það voru því 700 þeirra sem voru með í báðum keppnum.

20) Listaverk er byggt eins og myndin sýnir úr tveimur teningum sem festir eru saman. Sá stærri hefur þriggja metra brúnalengd en sá minni eins metra brúanalengd. Sigurður fær það verk að mála listaverkið. Listaverkið er jarðfast svo hann þarf ekki að mála botninn. Hvert er flatarmál svæðisins sem Sigurður þarf að mála?



Svar: 49 m²

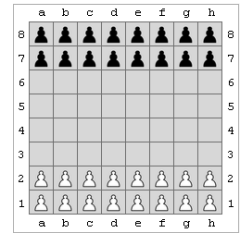
Lausn: Hver flötur stærri teningsins er $3 \times 3 = 9 \text{ m}^2$. Hann þarf að mála fjóra slíka og einn til að frádregnum fletinum sem fer undir minni teninginn. Sá flötur er $9 - 1 \times 1 = 8 \text{ m}^2$. Síðan þarf að mála fimm fleti á minni teningnum og með því bætast við $5 \times 1 \times 1 = 5 \text{ m}^2$. Samtals þarf Sigurður því að mála $4 \times 9 + 8 + 5 = 49 \text{ m}^2$.

21) Vatnsbrúsi sem rúmar $\frac{1}{3}$ lítra er fylltur að $\frac{3}{4}$. Þórður þyrsti þambar síðan $\frac{1}{6}$ lítra úr brúsanum. Hve margir lítrar af vatni eru eftir í brúsanum?

Svar: $\frac{1}{12}$ lítrar af vatni.

Lausn: Upphaflega eru $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ lítrar af vatni í brúsanum. Þegar Þórður hefur lokið sér af eru eftir $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3-2}{12} = \frac{1}{12}$ lítrar af vatni.

22) Borðleikurinn Gegnumbrot er leikinn á skákborði og hvor keppandi um sig byrjar með 16 peð. Peðunum má leika einn reit áfram eða á ská og ekki má hafa fleiri en eitt peð á hverjum reit. Hvítur á fyrsta leik. Á hve marga vegu getur hann hafið leikinn?



Svar: 2.916

Lausn: Peðunum sem eru á *a* og *h* línunum má leika á tvo vegu. Hinum sex peðunum má öllum leika á þrjá vegu. Það eru því $2 \times 2 \times 3^6 = 2.916$ mögulegir upphafsleikir.

23) Hve margar jákvæðar tölur minni en 100 er hægt að skrifa sem summa níu jákvæðra heilla talna í röð?

Svar: 7

Lausn: Minnsta summan er $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$. Næsta summa er $2 + 3 + 4 + \dots + 10 = (1 + 2 + 3 + \dots + 9) + 10 - 1 = 45 + 9 = 54$ og við sjáum að hver ný summa fæst með því að sleppa minnstu tölunni í summunni fyrir töluna næst á undan og bæta við summuna tölu sem er einum stærri en hæsta talan í summunni næst á undan. Munurinn á þessum tveimur tölum er alltaf 9. Tölurnar eru því 45, 54, 63, 72, 81, 90 og 99 og þær eru 7 talsins.

24) Dóri, Bjarni og Siggi eru að spara fyrir tjaldi. Dóri er með peninga fyrir 60% af verðinu og Bjarni er með 50% af því sem eftir er. Siggi leggur til 3.000 krónurnar sem upp á vantar. Hve mikið kostar tjaldið?

Svar: 15.000 krónur

Lausn: Bjarni er með 50% af þeim 40% sem eftir eru þegar búið er að telja peningana frá Dóra. Það gera $0,5 \times 0,4 = 0,2$ eða 20%. Dóri og Bjarni eru því samtals með $60\% + 20\% = 80\%$ af verðinu. 3.000 krónurnar frá Sigga dekkja þar með 20% af kostnaðinum sem samsvarar $\frac{1}{5}$. Tjaldið kostar $5 \times 3.000 = 15.000$ krónur.

3 Þriðji hluti

Í þessum hluta er eitt dæmi sem er 10 stiga virði. Við mat á lausnum er tekið tillit til frágangs og skýrleika í framsetningu.

25) Hópur geimvera lenti á Snæfellsnesinu. Þær voru ýmist klæddar í grænar, appelsínugular eða bláar stuttbuxur. Geimverurnar í grænu stuttbuxunum höfðu tvo fálmara, þær sem voru í appelsínugulu stuttbuxunum höfðu þrjá fálmara og þær í bláu stuttbuxunum höfðu fimm fálmara. Það voru jafn margar geimverur í grænum og appelsínugulum stuttbuxum og það voru tíu fleiri klæddar í bláar stuttbuxur en voru klæddar í grænar. Samtals höfðu geimverurnar 250 fálmara. Hve margar geimverur voru í bláum stuttbuxum?

Lausn: Látum G vera fjölda geimvera í grænum stuttbuxum, A fjölda þeirra sem voru í appelsínugulum stuttbuxum og B fjölda þeirra sem voru í bláum. Þá er $2G + 3A + 5B = 250$ og jafnframt vitum við að $G = A$ og $B = A + 10$. Setjum þetta saman og fáum jöfnuna $2A + 3A + 5(A + 10) = 250$. Einangrum A og fáum $10A = 250 - 50 = 200$ svo $A = \frac{200}{10} = 20$. Loks fæst að $B = A + 10 = 20 + 10 = 30$. Það voru því 30 geimverur í bláum stuttbuxum.