

Stærðfræðikeppni Flensborgarskólans fyrir grunnskólanema 23. febrúar 2005 9. bekkur

Svör og lausnir

Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru 20 spurningar. Hver spurning er 3 stiga virði.
Setjið hring utan um rétt svar. Fyrir rangt svar er 1 stig dregið frá.

1) $41,7 - 32,8$ er jafnt og

74,5

9,1

11,1

8,9

Svar: $41,7 - 32,8 = 8,9$.

2) Hver talnanna er stærst?

 $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{7}{15}$ $\frac{21}{44}$

Svar: Við sjáum að $\frac{3}{5}$ er stærri en $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Talan $\frac{7}{15}$ er minni en $\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$ og talan $\frac{21}{44}$ er minni en $\frac{22}{44} = \frac{1}{2}$. Stærsta talan er því $\frac{3}{5}$.

3) Einfaldið: $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

 $\frac{1}{5}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{12}$

Svar: Gerum samnefnt $\frac{12-6+4-3}{12} = \frac{7}{12}$.

- 4) Talan $\frac{9,1}{0,0013}$ er jöfn

70

700

7.000

70.000

$$\text{Svar: } \frac{9,1}{0,0013} = \frac{91}{0,013} = \frac{91 \times 1.000}{13} = 7 \times 1.000 = 7.000.$$

- 5) Venjulegur teningur er þannig úr garði gerður að summa gagnstæðra hliða er 7. Á myndinni sjáum við stafla af þremur slíkum teningum. Við sjáum 7 hliðar. Hver er summa þeirra 11 hliða sem við sjáum ekki?



15

22

34

63

Svar: Summa þeirra hliða sem við sjáum er $6 + 4 + 5 + 1 + 3 + 4 + 6 = 29$. Summa allra hliðanna er $3 \times 3 \times 7 = 63$ og summa þeirra sem við sjáum ekki er þess vegna $63 - 29 = 34$.

- 6) Þegar tölunni 3 er deilt í 123.456.789 verður afgangurinn

0

1

2

3

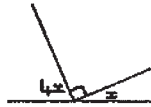
Svar: Þversumma tölunnar 123.456.789 er 45 sem er deilanleg með 3 og þá er talan sjálf jafnframt deilanleg með 3. Afgangurinn er sem sagt 0.

- 7) Flatarmál rétthyrnings er F fermetrar og lengd hans er L metrar. Hvert er ummál rétthyrningsins í metrum?

 $2L + 2F$ $2L + \frac{F}{L}$ $2L + \frac{F}{2L}$ $2L + \frac{2F}{L}$

Svar: Flatarmál rétthyrningsins er $F = L \times B$, þar sem B er breidd hans. Þar með er $B = \frac{F}{L}$ og ummál hans $L + \frac{F}{L} + L + \frac{F}{L} = 2L + \frac{2F}{L}$.

- 8) Hornin á myndinni eru x og $4x$.
Hve margar gráður er x á myndinni?



18°

20°

30°

45°

Svar: Við vitum að $5x + 90^\circ = 180^\circ$ eða $5x = 90^\circ$ svo $x = 18^\circ$.

- 9) Hver eftirfarandi talna er næst tölunni $\frac{49,5}{0,5}$ að stærð?

10

25

100

250

Svar: $\frac{49,5}{0,5} = 49,5 \times 2 = 99$ sem 100 nálgar best af þeim tölum sem standa til boða.

- 10) Ef $a * b$ táknar $a + b - a \times b$ þá er $4 * 5$

-11

9

11

25

Svar: $4 * 5 = 4 + 5 - 4 \times 5 = 9 - 20 = -11$.

- 11) Tala og fjórðungur hennar eru samtals 15. Hver er talan?

8

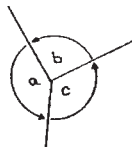
 $12\frac{1}{4}$ $15\frac{1}{4}$

12

Svar: Köllum töluna x , þá er $x + \frac{x}{4} = 15$ eða $\frac{5x}{4} = 15$. Margföldum jöfnuna með

$\frac{4}{5}$ og fáum að $x = 15 \times \frac{4}{5} = 3 \times 4 = 12$.

12) Ef $a + b = 212^\circ$ og $b + c = 202^\circ$, hvað er þá $a - b$?



10°

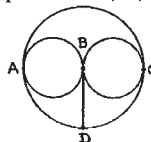
104°

128°

132°

Svar: Við vitum að $a + b + c = 360^\circ$. Þar með fæst að
 $a = 360^\circ - (b + c) = 360^\circ - 202^\circ = 158^\circ$ og að
 $c = 360^\circ - (a + b) = 360^\circ - 212^\circ = 148^\circ$. En þá er
 $b = 360^\circ - (a + c) = 360^\circ - (158^\circ + 148^\circ) = 360^\circ - 306^\circ = 54^\circ$. Að lokum sést að
 $a - b = 158^\circ - 54^\circ = 104^\circ$.

13) Lísu er sagt að teikna myndina hér að neðan án þess að lyfta penna og fara aðeins einu sinni í gegnum hvern hringferil eða strik fyrir utan punktana A, B, C og D. Hvar á hún að byrja til að þetta takist?



Aðeins í A

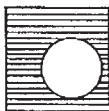
Aðeins í B

í B eða D

í A eða C

Svar: Ef ekki á að byrja eða enda í sama punkti þá er sléttur fjöldi leiða sem liggur að hverjum punkti sem hvorki er upphafs- né endapunktur. Því geta B og D aðeins verið upphafs- eða endapunktur. Auðvelt er að finna slíka leið frá B til D og þá einnig frá D til B. Lísa getur því byrjað í B eða D.

14) Á myndinni er hringur inni í ferningi. Hringurinn hefur þvermálið $2x$ og ferningurinn hefur hliðarlengdina $3x$. Hvert er flatarmál skyggða svæðisins?



$9 - \pi$

$(9 - \pi)x^2$

$(9 - 2\pi)x^2$

$(9 - 4\pi)x^2$

Svar: Flatarmál hringins er πx^2 og flatarmál ferningsins er $(3x)^2 = 9x^2$. Skyggða svæðið er $9x^2 - \pi x^2 = (9 - \pi)x^2$.

15) Hver er aftasti tölustafurinn í 9^{2005} ?

1

3

7

9

Svar: $9^2 = 81$ endar á 1, 9^3 endar á $9 \times 1 = 9$, o.s.frv. Ef veldið er slétt tala er síðasti stafur 1 en ef veldið er oddatala er síðasti stafurinn 9.

16) Ef $1+2+3+\dots+50=1.275$, þá er $51+52+53+\dots+100=$

1.325

2.525

3.775

63.750

Svar: $51+52+53+\dots+100=(1+50)+(2+50)+(3+50)+\dots+(50+50)=$
 $1+2+3+\dots+50+50 \times 50=1.275+2.500=3.775$

17) Kúlum er raðað í myndur eins og myndirnar sýna. Á fyrstu myndinni er 1 kúla en í þeirri fjórðu eru 13 kúlur. Hve margar kúlur þarf í tíundu myndina?



34

37

40

43

Svar: Fjöldi kúlna í hverri mynd gefur röðina 1, 5, 9, 13... eða $4n-3$, þar sem n er númer myndar. Fjöldinn í tíundu myndinni er $4 \times 10 - 3 = 37$.

18) Í töflunni er ákveðið samband milli x og y . Hvað er $a-b-c$?

x	2	5	9	b	25	50
y	5	26	82	145	c	a

12

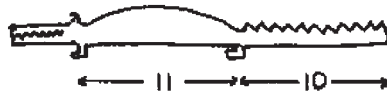
626

2501

1863

Svar: Við sjáum að $y = x^2 + 1$ og $x > 0$. Þá er $a = 50^2 + 1 = 2501$, $b = \sqrt{145 - 1} = 12$ og $c = 25^2 + 1 = 626$. Þar með er $a - b - c = 2501 - 12 - 626 = 1863$.

- 19) Risakrókóðill hefur 10 metra langan hala, búk sem er 11 metrar og haus sem er einn áttundi af lengd hans. Hve langur er krókóðillinn?



21

22

23

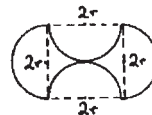
24

Svar: Við látum x vera lengd haussins í metrum. Þá gildir að $x + 11 + 10 = 8x$ eða $7x = 21$ sem segir okkur að hausinn sé 3 metrar. Heildarlengd krókóðilsins er því $3 + 11 + 10 = 24$ metrar.

- 20) Myndin sýnir svæði sem takmarkast af fjórum hálfhringjum með geisla (radius) r . Hvert er flatarmál svæðisins?

 $4r^2$ $2\pi r^2$ $\frac{3}{2}\pi r^2$ $2r^2$ 

Svar: Flatarmál ferningsins er $2r \times 2r = 4r^2$.



Annar hluti

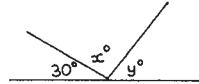
Í þessum hluta eru 5 spurningar. Hver spurning er 6 stiga virði.
Hér á aðeins að skrifa svarið.

- 21) Níu ljósastaurar standa við götu og jafnt bíl er á milli þeirra. Fjarlægðin frá fremsta ljósastaurnum til þess þriðja er 600 metrar. Hver er vegalengdin frá fremsta ljósastaurnum til þess síðasta?

Svar: **2400 m**

Svar: Það eru 600 metrar frá fyrsta til þriðja ljósastaurans sem þýðir að bilið milli ljósastauranna er 300 metrar. Frá fyrsta staurnum til þess níunda eru átta bíl og vegalengdin því $8 \times 300\text{m} = 2400\text{m}$.

22) Á myndinni er $x = 2y$. Hve margar gráður er y ?



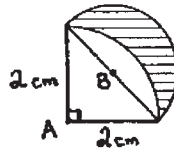
Svar: **50°**

Svar: Við vitum að $180^\circ = 30^\circ + x + y = 30^\circ + 3y$.

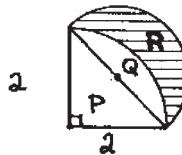
En þá eru $3y = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ og þá $y = 50^\circ$.

23) Á myndinni höfum við hálfhring með miðju í B og fjórðung úr hring með miðju í A . Hvað er skygga svæðið margir fersentimetrar?

Svar: **2cm²**



Svar: Flatarmál þríhyrningsins P er $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2$, flatarmál sneiðarinnar Q er $(\frac{1}{4} \pi \times 2^2 - 2) \text{ cm}^2 = (\pi - 2) \text{ cm}^2$, þ.e. flatarmál fjórðungs úr hring með geislanum (radius) 2 að frádröggu flatarmáli P . Loks fáum við að flatarmál skygga svæðisins R er flatarmál hálfhrings með geisla $\sqrt{2}$ að frádröggu flatarmáli Q þ.e $R = (\frac{1}{2} \pi \times (\sqrt{2})^2 - (\pi - 2)) \text{ cm}^2 = ((\frac{1}{2} \pi \times 2 - (\pi - 2)) \text{ cm}^2 = (\pi - \pi + 2) \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2$.

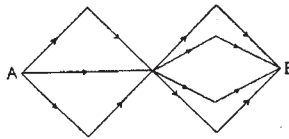


24) Tuttugu manns standa í hring. Fyrsti maðurinn er beðinn um að setjast og síðan skal annar hver maður, talið frá þeim fyrsta, setjast niður þangað til einn stendur eftir. Hver stendur eftir?

Svar: **nr. 8**

Svar: Númerum mennina eftir því hvar þeir standa, sá fyrsti er númer 1, annar númer 2, o.s.frv. Í fyrstu umferð setjast niður allir þeir sem hafa oddatölunúmer (þ.e. þeir sem hafa númer sem er ekki margfeldi af 2. Þegar önnur umferð byrjar eru eftir menn númer 2, 4, 6... 20 og við byrjum á manni númer 2. Í annarri umferðinni setjast niður menn númer 2, 6, 10, 14 og 18 (það eru þeir sem hafa slétt númer sem eru ekki margfeldi af 4. Fyrir þriðju umferð eru eftir menn númer 4, 8, 12, 16 og 20 og við byrjum á manni númer 4. Nú setjast niður menn númer 4, 12 og 20 (það eru þeir sem hafa númer sem eru margfeldi af 4 en ekki margfeldi af 8. Fyrir sjöttu umferð eru aðeins eftir menn númer 8 og 16 og við byrjum á manni númer 16. Í lokin stendur því eftir maður númer 8.

- 25) Myndin sýnir á einfaldaðan hátt leiðirnar sem Lárus getur gengið í skólann. Hve margar mismunandi leiðir getur hann gengið frá A til B?



Svar: **12 leiðir**

Svar: Frá A að miðjupunktinum eru 3 leiðir og frá miðjupunktinum að B eru 4 leiðir. Fyrir hverja af fyrri þremur leiðunum getur hann valið 4 frá miðjunni, þetta gera því $3 \times 4 = 12$ mismunandi leiðir.

Þriðji hluti

Í þessum hluta er eitt dæmi sem er 10 stiga virði. Við mat á lausnum er tekið tillit til frágangs.

- 26) Maggi og Hanna eiga saman nammipoka. Þau ákveða að skipta namminu öðru vísi en vanalega. Fyrst tekur Maggi eitt stykki, síðan tekur Hanna tvö, þá Maggi þrjú o.s.frv. þannig að þau skiptast á að taka sér nammi og taka alltaf einu fleiri en næst á undan. Þegar Hanna velur sér nammi í síðasta skipti klárar hún pokann og tók jafnmikið og hún gat. Þegar þau telja stykkinn, kemur í ljós að Hanna á tíu fleiri en Maggi. Hvað voru mörg stykki í pokanum?

Svar: Þau hafa farið tíu umferðir fyrst Hanna á tíu fleiri stykki en Maggi. Það gera $1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 20$ stykki. Leggjum saman fyrstu og síðustu töluna, aðra og næst síðustu töluna o.s.frv. Þannig fáum við 10 pör af 21, svo summan er $10 \times 21 = 210$.