

**Stærðfræðikeppni Flensborgarskólans  
fyrir grunnskólanema  
18. febrúar 2004  
10. bekkur**

**Svör og lausnir**

**Fyrsti hluti**

Í þessum hluta eru 15 spurningar. Hver spurning er 3 stiga virði.  
Setjið hring utan um rétt svar. Fyrir rangt svar er 1 stig dregið frá.

---

1) Ef  $a$  er tala og  $63+36+81=61+34+79+a$ , þá er  $a=$

0

2

6

12

**Svar:**  $63+36+81=(61+2)+(34+2)+(79+2)=61+34+79+6$ , svo  $a=6$ .

---

2) Hver talnanna er stærst?

 $2^4$  $3^2$ 4<sup>3</sup> $5^2$ 

**Svar:**  $2^4=2\times 2\times 2\times 2=16$ ,  $3^2=3\times 3=9$ ,  $4^3=4\times 4\times 4=64$  og  $5^2=5\times 5=25$ .  $4^3$  er því stærst.

---

3)  $\frac{111.111.111}{9} =$

12.345.678

12.345.679

123.456.789

123.456.799

**Svar:** Gangi deilingin upp verður útkoman átta stafa tala sem endar á 9. Aðeins talan 12.345.679 kemur til greina og reikningar sýna að  $12.345.679\times 9=111.111.111$ .

---

- 4) Í töfraferningi er summa talnanna í hverri línu, lóðréttri, láréttri og horna á milli, sú sama. Hver er summa talnanna sem vantar í töfraferninginn á myndinni?

4	8	9
	7	

21

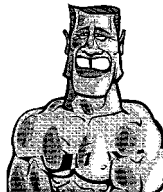
28

35

63

**Svar:** Efsta lárétta röðin hefur summuna 21. Þar með er summa allra láréttu línanna  $3 \times 21 = 63$ . Summa talnanna sem eru til staðar í ferningnum er 28, summa þeirra sem vantar er því  $63 - 28 = 35$ .

- 5) Hve stór hluti af nafninu „Arnold“ eru samhljóðar? Námundið svar að næsta heilu prósentu.



33%

66%

67%

70%

**Svar:** r, n, l og d eru samhljóðarnir í „Arnold“. Hlutfallið er því  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0,67 = 67\%$ .

- 6) Ef  $2 \times 6 \times 30 \times 210$  er umskrifað sem  $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ , hvað er þá  $a + b + c + d$ ?

4

9

10

12

**Svar:**  $2 \times 6 \times 30 \times 210 = 2 \times (2 \times 3) \times (2 \times 3 \times 5) \times (2 \times 3 \times 5 \times 7) = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^1$ , svo  $a + b + c + d = 4 + 3 + 2 + 1 = 10$ .

- 7) Talan  $(88+1) \times (88-1)$  er einum minni en

87<sup>2</sup>88<sup>2</sup>89<sup>2</sup>88,5<sup>2</sup>

**Svar:** Notum samokaregluna sem segir að  $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$ , fáum þá tölu sem er einum minni en 88<sup>2</sup>.

- 8) Finnið næstu tölu í runnunni 2, 9, 23, 44, 72, \_\_\_ .

107

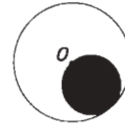
84

83

100

**Svar:** Milli fyrstu og annarrar tölu er  $7 = 1 \times 7$ . Milli annarrar og þriðju tölu er  $14 = 2 \times 7$ . Milli þriðju og fjórðu er  $21 = 3 \times 7$  og milli fjórðu og fimmtu er  $28 = 4 \times 7$ . Við sjáum að munurinn er alltaf margfeldi af 7 og þessi munur hækkar um 7 með hverri tölu. Næst ætti bilið því að vera  $35 = 5 \times 7$ . Sjötta talan er þess vegna  $72 + 35 = 107$ .

- 9) Hringurinn með miðju í O hefur geisla (radíus) 5. Punktur P er valinn af handahófi innan stóra hringins. Hverjar eru líkurnar á því að P sé innan skyggða hringins?



$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{5}$

**Svar:** Flatarmál stóra hringins er  $5^2\pi = 25\pi$ . Geisli skyggða hringins er helmingur af geisla stóra hringins eða  $\frac{5}{2}$ . Flatarmál þess skyggða er því  $(\frac{5}{2})^2\pi = \frac{25}{4}\pi$ .

Líkurnar á því að P sé innan skyggða hringins eru þess vegna:

$$\frac{\text{Flatarmál skyggða hringins}}{\text{Flatarmál stóra hringins}} = \frac{\frac{25}{4}\pi}{25\pi} = \frac{1}{4}$$

- 10) Gerum ráð fyrir að  $a * b = \frac{a+b}{a \times b}$ . Hvað er þá  $(3 * 4) * 5$ ?

$\frac{67}{35}$

$\frac{35}{12}$

$\frac{67}{420}$

$\frac{4}{3}$

**Svar:**  $3 * 4 = \frac{3+4}{3 \times 4} = \frac{7}{12}$ , svo  $(3 * 4) * 5 = \frac{7}{12} * 5 = \frac{7}{12} \times 5 = \frac{7+60}{12} = \frac{67}{12} = \frac{67}{35}$ .

- 11) Í bekk eru 25 nemendur, 12 læra frönsku og 6 læra spænska og 3 læra bæði frönsku og spænsku. Hve margir læra hvorki frönsku né spænsku?

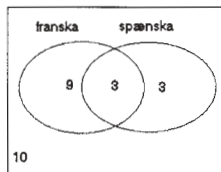
15

10

7

12

**Svar:** Samtals eru 18 nemendur í tungumálunum tveimur en þá er búið að tvítelja 3 nemendur. Það eru því 15 nemendur sem læra frönsku eða spænsku. Eftir eru 10 nemendur sem hvorki læra frönsku né spænsku.



- 12) Ummál rétthyrnings ABCD er 14. Ef hliðarlengdir rétthyrningsins eru heilar tölur, þá getur flatarmál hans ekki verið

6

8

10

12

**Svar:** Fyrst ummálið er 14 er summa lengdar og hæðar 7. Mögulegar hliðarlengdir eru því 1 og 6, 2 og 5 og 3 og 4. Möguleg margfeldi eru 6, 10 og 12. 8 getur ekki verið flatarmál ABCD.

- 13) Anna, Bjarni, Stjáni, Dís og Erna eru í leiknum „froskur eða köttur“. Hver og einn er annaðhvort froskur eða köttur. Í leiknum ljúga kettir alltaf en froskar segja alltaf satt. Anna segir að Bjarni sé froskur. Stjáni segir að Dís sé köttur. Erna segir að Anna sé ekki köttur. Bjarni segir að Stjáni sé ekki froskur. Dís segir að Erna og Anna séu ekki af sömu tegund. Hve mörg þeirra eru kettir?

1

2

3

4

**Svar:** Gerum ráð fyrir að Erna sé froskur og segi þar með satt. Þá er Anna froskur, Bjarni froskur, Stjáni köttur og Dís froskur. En þetta gengur ekki fyrst Erna og Anna eru báðar froskar, andstætt því sem Dís segir. Þetta sýnir að Erna er ekki froskur heldur köttur. Úr því að Erna er köttur þá er Anna köttur, Bjarni köttur, Stjáni froskur og Dís köttur. Það eru því 4 kettir.

- 14) Meðalþyngd 5 stúlkna í tíunda bekk er 70 kg en meðalþyngd 4 stráka í sama bekk er 61. Hver er meðalþyngd allra krakkanna?

65,5 kg

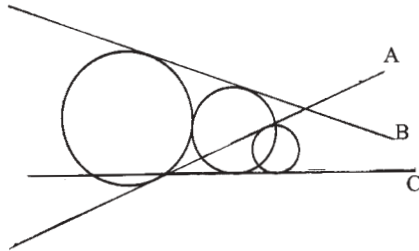
66 kg

65 kg

66,5 kg

Svar: Heildarþyngd allra krakkanna er  $5 \times 70 + 4 \times 61 = 350 + 244 = 594$  kg og meðalþyngdin því  $\frac{594}{9} = 66$  kg.

- 15) Á meðfylgjandi mynd er A snertill hringa sem snertast ekki, B snertill hringa sem snertast og C snertill hringa sem skerast. Hvað eru margir sameiginlegir snertlar að tveimur hringum á myndinni?



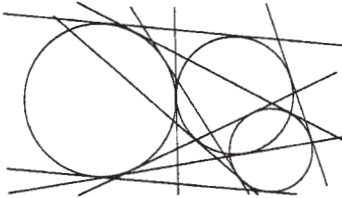
6

7

8

9

Svar:

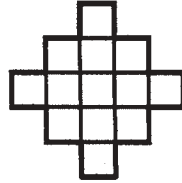


Teljum sameiginlega snertla af hverri gerð. Það eru 4 af gerð A, 3 af gerð B og 2 af gerð C. Alls 9 sameiginlegir snertlar.

## Annar hluti

Í þessum hluta eru 7 spurningar. Hver spurning er 5 stiga virði.  
Hér á aðeins að skrifa svarið.

- 16) Á myndinni eru allir litlu ferningarnir jafnstórir og flatarmál myndarinnar er  $117 \text{ m}^2$ . Hvert er ummál myndarinnar?



Svar: 60 m

**Svar:** Það eru 13 ferningar svo að flatarmál hvers þeirra er  $\frac{117}{13} = 9 \text{ m}^2$ . Út frá því vitum við að hliðarlengd litlu ferninganna er 3 metrar. Ummálið er 20 stuttar hliðar eða  $20 \times 3 = 60$  metrar.

- 17) Í dag er miðvikudagur. Hvaða vikudagur er eftir 100 daga?

Svar: Föstudagur

**Svar:** Athugum að  $7 \times 14 = 98$ . Eftir 98 daga er miðvikudagur, tveimur dögum seinna er föstudagur.

- 18) Talan  $10^{2004} - 1$  er skrifuð út. Hver er þversumma hennar?

Svar: 18036

**Svar:**  $10^{2004} = \underbrace{100 \dots 00}_{2004 \text{ núll}}$  þannig að  $10^{2004} - 1 = \underbrace{99 \dots 99}_{2004 \text{ níur}}$ . Þversumman er þá  $2004 \times 9 = 18036$ .

- 19) Táknið  $n!$ , lesið  $n$  hrópmerkt, táknar margfeldi allra talna frá 1 til  $n$ . Þannig er  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ . Á hvaða tölustaf endar  $6! + 5! + 4! + 3! + 2! + 1!$ ?

Svar: 3

**Svar:**  $1! = 1$ ,  $2! = 2 \times 1 = 2$ ,  $3! = 3 \times 2! = 3 \times 2 = 6$ ,  $4! = 4 \times 3! = 4 \times 6 = 24$ ,  $5! = 5 \times 4! = 5 \times 24 = 120$  og  $6! = 6 \times 5! = 6 \times 120 = 720$ . Ef við leggjum síðan saman öftustu tölustafina þá fáum við út  $1 + 2 + 6 + 4 + 0 + 0 = 13$ . Aftasti tölustafurinn er því 3.

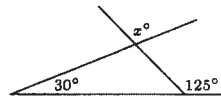
- 20) Fyrsta myndin hefur 3 odda, önnur myndin 6 odda. Hve margir oddar verða á fjórðu myndinni?



Svar: 66 oddar

**Svar:** Við sjáum að á milli mynda verður til einn nýr oddur fyrir hvert strik. Auk þessa haldast þeir oddar sem áður voru til. Á fyrstu myndinni eru þrjú oddar og þrjú strik. Strikin gefa því 3 nýja odda á næstu mynd sem hefur samtals 6 odda. Önnur myndin hefur 6 odda og 12 strik. Þar fær sú þriðja 12 nýja odda og hefur því 18 odda. Þriðja myndin hefur 48 strik. Það segir okkur að sú fjórða fái 48 nýja odda og þar með  $48+18=66$  odda samtals.

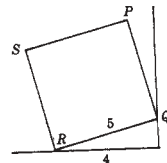
- 21) Hve margar gráður er  $x$  á myndinni?



Svar: 95°

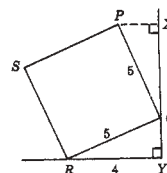
**Svar:** Grannhornið við  $125^\circ$  hornið er  $180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ . Höfum þá tvö horn í þríhyrnungnum sem hafa summuna  $30^\circ + 55^\circ = 85^\circ$ . Þriðja horn þríhyrningsins er því  $180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$ . Úr því að  $x$  er topphorn við  $95^\circ$  hornið þá er  $x$  líka  $95^\circ$ .

- 22) Stór teningslaga kassi með hliðarlengdina 5 m hallast upp að lóðréttum vegg eins og myndin sýnir. R er 4 metrum frá veggnum. Hver er hæðin P frá gólfi í metrum?



Svar: 7m

**Svar:** Notum reglu Pýþagórasar til að finna lengdina milli Y og Q,  $YQ^2 + 4^2 = 5^2$  svo að  $YQ^2 = 25 - 16 = 9$  og þar með  $YQ = 3$  m. Þríhyrnungarnir  $\Delta PXQ$  og  $\Delta QYR$  eru eins svo að  $XQ = RY = 4$  m. Þannig fæst að hæð P frá gólfi er 7 metrar.



## Priðji hluti

Í þessum hluta eru 2 dæmi sem eru 10 stiga virði. Við mat á lausnum er tekið tillit til frágangs.

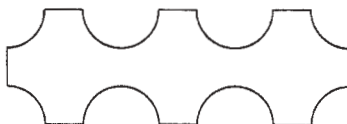
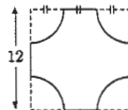
- 23) Hestarnir Sprettur og Elding brokka vegalengdina 1 km. Elding fær 48 metra forgjöf í byrjun. Þau brokka síðan hvort með jöfnum hraða og Sprettur vinnur með 2ja metra mun. Hversu marga metra hafði Sprettur brokkað þegar hann náði Eldingu?

**Svar:** Sprettur brokkar 1000 metra á sama tíma og Elding brokkar 950 metra. Látum  $x$  tákna vegalengdina sem Sprettur hefur brokkað í metrum þegar hann nær Eldingu. Á sama tíma hefur Elding brokkað  $x - 48$  metra. Þar með fæst að

$$\frac{x-48}{x} = \frac{950}{1000} = 0,95 \text{ eða } x-48 = 0,95x, \text{ sem gefur } 0,05x = 48. \quad 0,05 = \frac{5}{100},$$

einangrum  $x$  og uppskerum  $x = \frac{100}{5} \times 48 = 20 \times 48 = 960$ . Sprettur hefur því brokkað 960 metra þegar hann nær Eldingu.

- 24) Flís er hönnuð þannig að fjórðungar hringa eru fjarlægðir úr ferningi með hliðarlengd 12 eins og myndin sýnir. Geisli (radius) hringanna er þriðjungur af hliðarlengd ferningsins. Þremur flísum er raðað eins og hér að neðan. Hvert er ummál formsins sem flísarnar þrjár mynda?



**Svar:** Geisli hringanna er 4. Þegar við leggjum saman hringabrotin fáum við samtals 3 heila hringi. Hver þeirra hefur ummálið  $(2 \times 4)\pi = 8\pi$ . Síðan eru 8 strik, hvert af lengdinni 4. Ummál myndarinnar er því  $8 \times 4 + 3 \times (8\pi) = 32 + 24\pi$ .