

8) Hvert brotanna er stærst?

$$\frac{3}{7} \qquad \frac{11}{23} \qquad \frac{4}{9} \qquad \left(\frac{6}{11}\right)$$

Lausn : $\frac{3}{7} < \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $\frac{11}{23} < \frac{11}{22} = \frac{1}{2}$, $\frac{4}{9} < \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ en $\frac{6}{11} > \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ svo brotið $\frac{6}{11}$ er stærst.

9) Almenn brot, sem er skrifað með því að nota alla tölustafi frá 1 upp í 9, að báðum meðtöldum, hefur fjögurra stafa teljara og fimm stafa nefnara. Hver eftirfarandi talna getur verið teljarinn ef hægt er að stytta brotið og fá $\frac{1}{2}$?

$$5314 \qquad \left(6729\right) \qquad 7341 \qquad 7629$$

Lausn : $6729 \cdot 2 = 13458$ svo 6729 getur verið teljari í slíku broti. Hinar tölurnar uppfylla ekki skilyrðin eins og sést ef þær eru margfaldaðar með 2.

10) Hver er afgangurinn þegar 7 er deilt í töluna 7 000 010?

$$1 \qquad 2 \qquad \left(3\right) \qquad 4$$

Lausn : Talan 7 gengur upp í töluna 7 000 000 svo sami afgangur fæst þegar 7 er deilt í 7 000 010 = 7000 000 + 10 og þegar 7 er deilt í 10. Afgangurinn er því 3.

11) Hver er summa allra frumtalna (prímtalna) sem eru minni en 25?

$$95 \qquad 98 \qquad \left(100\right) \qquad 109$$

Lausn : Summan er $2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 = 100$.

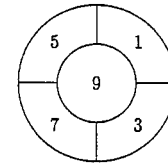
12) $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots + 45 + 46 - 47 - 48 + 49 =$

$$25 \qquad 0 \qquad 49 \qquad \left(1\right)$$

Lausn : $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots + 45 + 46 - 47 - 48 + 49 = 1 + (2 - 3 - 4 + 5) + (6 - 7 - 8 + 9) + \dots + (46 - 47 - 48 + 49) = 1 + 0 + 0 + \dots + 0 = 1$.

13) Jói kastaði 8 pílum og hitti skotskífuna í hverju kasti. Hver eftirfarandi talna gæti verið heildarstigafjöldinn sem hann fær?

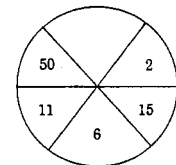
$$27 \qquad 39 \qquad \left(48\right) \qquad 74$$



Lausn : Summa 8 oddatalna er slétt tala. Einnig er summan ekki stærri en $8 \cdot 9 = 72$ svo talan 48 er sú eina sem kemur til greina. $48 = 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 1 + 1 + 1$ svo talan 48 er svarið.

14) Á myndinni er ákveðið samband milli heiltalnanna í gagnstæðum geirum. Hver eftirfarandi talna gæti átt við í auða geiranum?

$$\left(23\right) \qquad 27 \qquad 35 \qquad 41$$



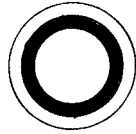
Lausn : $11 = 3 \cdot 2 + 5$ og $50 = 3 \cdot 15 + 5$. Köllum töluna sem vantar N. Þá er $N = 3 \cdot 6 + 5 = 18 + 5 = 23$ eða $6 = 3 \cdot N + 5$ það er $N = \frac{1}{3}$. Svarið er því 23.

15) Á sexhliða teningi eru tölurnar -1, 2, -3, 4, -5 og 6, það er oddatölurnar eru negatífar en þær sléttu jákvæðar. Hver eftirfarandi talna getur ekki verið summan af útkomum tveggja kasta teningsins?

$$3 \qquad 4 \qquad 5 \qquad \left(7\right)$$

Lausn : $3 = -1 + 4$, $4 = 2 + 2$, og $5 = -1 + 6$ svo talan 7 kemur ein til greina.

- 16) Á myndinni eru 3 hringir með sömu miðju og 3 cm, 4 cm og 5 cm geisla (radíusa). Hve stórt hlutfall af flatarmáli stærsta hringins er skyggt?



20% 25% **28%** 30%

Lausn : Flatarmál stærsta hringins er $5^2\pi = 25\pi \text{ cm}^2$ og flatarmál skyggða svæðisins er $4^2\pi - 3^2\pi = 16\pi - 9\pi = 7\pi \text{ cm}^2$. Það eru því $\frac{7\pi}{25\pi} \cdot 100 = \frac{7}{25} \cdot 100 = 28\%$ af stærsta hringnum sem er skyggt.

- 17) Hlutfall milli tveggja jákvæðra heiltalna er $\frac{2}{5}$ og margfeldi þeirra er 40.

Stærri talan er

40 5 8 **10**

Lausn : Tvær jákvæðar heiltölur með margfeldinu 40 geta verið 1 og 40, 2 og 20, 4 og 10 eða 5 og 8. Þar sem $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ er talan 10 sú sem spurt er um.

- 18) Fyrsti og þriðji tölustafur fimm stafa tölunnar d6d41 eru eins. Hver er þversumma tölunnar ef talan er deilanleg með 9?

18 23 25 **27**

Lausn : Úr því talan d6d41 er deilanleg með 9 er þversumma hennar $2d + 11$ líka deilanleg með 9. Nú er talan $2d + 11$ líka oddatala á milli $2 \cdot 1 + 11 = 13$ og $2 \cdot 9 + 11 = 29$ svo aðeins talan 27 kemur til greina.

Annar hluti

Í þessum hluta eru 6 spurningar. Hver spurning er 6 stiga virði. Hér á aðeins að skrifa svarið.

- 19) Jákvæðum heilum tölum er raðað í dálka eins og myndin sýnir. Hvaða bókstafur er í sama dálki og talan 2359?
- | | A | B | C | D |
|-----|----|----|----|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | |
| 8 | 7 | 6 | 5 | |
| 9 | 10 | 11 | 12 | |
| ... | 14 | 13 | | |

Svar : B

Lausn : Dálkurinn ákvarðast af afganginum sem fæst þegar átta er deilt í töluna. Þegar átta er deilt í töluna 2359 verður afgangurinn sjö eins og þegar átta er deilt í 159. Talan 2359 lendir því í sama dálki og B.

- 20) Þegar jákvæðu heiltölunni N er deilt í töluna 17 fæst sami afgangur og þegar henni er deilt í töluna 30. Hvert er stærsta mögulega gildi á N?

Svar : 13

Lausn : Látum A vera afganginn sem fæst þegar N er deilt í tölurnar 17 og 30. Þá gengur talan N upp í tölurnar $30 - A$ og $17 - A$. Þá gengur talan N upp í $30 - A - (17 - A) = 13$. Stærsta mögulega gildi á N er 13.

- 21) Í Bandaríkjunum tákna $5/2$ annan dag fimmta mánaðar, það er 2. maí en á Íslandi tákna $5/2$ fimmta dag annars mánaðar, það er 5. febrúar. Hve margir dagar á ári eru táknaðir eins í Bandaríkjunum og á Íslandi?

Svar : 12 dagar

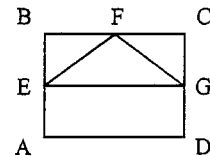
Lausn : Táknið, sem þýða það sama í löndunum tveimur, eru $1/1, 2/2, 3/3, \dots, 12/12$ svo það eru 12 dagar á ári.

- 22) 8, 9, 10 og 11 eru dæmi um fjórar samliggjandi heilar tölur sem raðað er í vaxandi röð. Meðaltal 15 samliggjandi heiltalna, sem raðað er í vaxandi röð, er 217. Hvert er meðaltal 5 fyrstu þessara talna?

Svar: 212

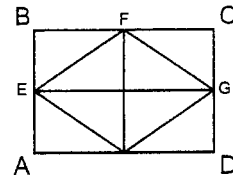
Lausn: Meðaltal 15 samliggjandi heiltalna, sem er raðað í vaxandi röð, er miðtalan, það er áttunda talan. Þegar meðaltalið er 217 eru 210, 211, 212, 213, 214, 215 og 216 fyrstu sjö tölurnar. Meðaltal fyrstu fimm talnanna er þriðja talan, 212.

- 23) Flatarmál rétthyrningsins ABCD er 36 cm^2 . Látum E vera miðpunkt hliðarinnar AB, F vera miðpunkt BC og G vera miðpunkt CD. Hvert er flatarmál þríhyrningsins EFG?



Svar: 9 cm^2

Lausn: Skiptum rétthyrningnum upp í 8 eins þríhyrninga. Þríhyrningur EFG hefur sama flatarmál og tveir þeirra svo flatarmál hans er $\frac{2}{8} \cdot 36 = 9 \text{ cm}^2$.



- 24) Finnið A - B þegar $A = 16 + 20 + 24 + \dots + 100 + 104 + 108 + 112$ og $B = 15 + 18 + 21 + \dots + 78 + 81 + 84 + 87$.

Svar: 325

Lausn: $A - B = 1 + 2 + 3 + \dots + 25$ er summa 25 samliggjandi heiltalna í vaxandi röð. Meðaltal talnanna 25 er 13. talan í röðinni. Hún er talan 13 svo $A - B = 25 \cdot 13 = 325$.

Þriðji hluti

Í þessum hluta er eitt dæmi sem er 10 stiga virði. Við mat á lausnum er tekið tillit til frágangs.

- 25) Í strætó hlustar Jói oft á samræður fólks. Einu sinni heyrði hann hluta af tveggja manna tali en ekki hvernig samtalinu lauk. Hér er það sem hann heyrði:
- „ - Ég veit að þú verður 64 ára á árinu en hvenær áttu afmæli?
 - Ef ég legg 2 við afmælisdaginn, tvöfalda þá útkomu, legg síðan 4 við, margfalda næst útkomuna með 5 og legg loks númerið á afmælimánuðinum við fæ ég töluna 342.
 - Jahá, þú átt afmæli þann ... “
 Hvenær er afmælið?

Lausn: Segjum að afmælisdagurinn sé dagur númer x í mánuði númer y . Þá er $5(2(x+2)+4)+y = 342$. Það er $10x+40+y = 342$ eða $10x+y = 302$. Þar sem talan $10x$ endar á 0 er $y = 2$ eða $y = 12$. Ef $y = 2$ fæst $10x = 300$ svo $x = 30$. Þá er afmælið $30/2$ sem er ómögulegt því febrúar hefur aldrei fleiri en 29 daga. Ef $y = 12$ fæst $10x = 290$ og $x = 29$, það er afmælið er $29/12$. Afmælið er því þann 29. desember.