

# Stærðfræðikeppni Flensborgarskólans fyrir grunnskólanema 26. febrúar 2003 9. bekkur

## Svör og lausnir

### Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru 18 spurningar. Hver spurning er 3 stiga virði.  
Setjið hring utan um rétt svar. Fyrir rangt svar er 1 stig dregið frá.

1) Hvaða tölu vantar? 92, 83, \_ ,65, 56

72

73

74

75

Lausn: Nú er bæði  $92 - 83 = 9$  og  $65 - 56 = 9$  svo tölurnar minnka um 9.  
Þar sem  $83 - 9 = 74$  og  $74 - 9 = 65$  vantar töluna 74.

2) Þriðjungur tölu er 12. Hver er talan?

4

8

24

36

Lausn: Köllum töluna  $n$ , þá er þriðjungurinn  $\frac{n}{3}$ . Gefið er í dæminu að þriðjungur tölu sé

12 sem þýðir að  $\frac{n}{3} = 12$ . Við sjáum þar með að  $n$  er 36.

3) Á fúrðuballi eru 1 maður, 6 hundar og 7 kolkrabbar á dansgólfinu. Hve margir fætur eru á gólfinu ef við gerum ráð fyrir að engan fót vanti?

74

78

80

82

Lausn: Fyrst ekki vantar fót þá hefur maðurinn 2 fætur, hver hundur 4 og sérhver kolkrabbi 8, þetta gerir  $1 \times 2 + 6 \times 4 + 7 \times 8 = 2 + 24 + 56 = 82$  fætur.

- 4) Reglulegur sexhyrningur hefur ummálið 84 cm. Hve löng er hver hlið?

7 cm

8.4 cm

12 cm

14 cm

Lausn: Fyrst sexhyrningurinn er reglulegur eru allar hliðarnar jafnlangar og hver þeirra

$$\text{er þá } \frac{84 \text{ cm}}{6} = 14 \text{ cm.}$$

- 5) Hvaða gildi hefur brotið  $\frac{(12)(-21)}{(-6)(-1)(-7)(-4)(-3)}$ ?

2

-2

 $\frac{1}{2}$  $\frac{-1}{2}$ 

Lausn:  $\frac{(12)(-21)}{(-6)(-1)(-7)(-4)(-3)} = \frac{(2)(2)(3)(-3)(7)}{(-2)(3)(-1)(-7)(-2)(2)(-3)}$ . Við sjáum að það eru 6 mínusar sem eyða hver öðrum og útkoman því jákvæð. Tökum auk þess eftir að við getum stytzt allt út nema 2 fyrir neðan strik. Svárið er þess vegna  $\frac{1}{2}$ .

- 6) Í landinu Þykjustan eru bílarnir skattlagðir eftir hestafl: 30 krónur fyrir hvert af fyrstu 24 hestöflunum og 40 krónur fyrir hvert hestafl umfram það. Hve mörg hestöfl hefur bíll sem þarf að borga 1000 krónur fyrir í skatt?

 $24\frac{1}{4}$ 

25

28

31

Lausn: Skatturinn á fyrstu 24 hestöflin er  $(30 \text{ kr.}) \times (24) = 720 \text{ kr.}$  Eftir eru  $1000 - 720 = 280 \text{ kr.}$  þar sem hvert hestafl kostar 40 kr. Það eru því  $\frac{280}{40} = 7$  hestöfl sem þarf bættast við. Samtals gera þetta því  $24 + 7 = 31$  hestafl.

- 7) Fyrir sérhverjar tvær tölur a og b, gildir að  $a*b$  er  $a+3b$ . Hver eftirfarandi fullyrðinga er ósönn?

A)  $3*4=15$ B)  $2*(3*4) \neq (2*3)*4$ C)  $2*3 \neq 3*2$ D)  $(2*3)*4 = 22$ 

Lausn:  $3*4 = 3+3 \times 4 = 15$  svo A er sönn.  $2*(3*4) = 2*15 = 2+3 \times 15 = 47$  og  $(2*3)*4 = (2+3 \times 3)*4 = 11*4 = 11+3 \times 4 = 23$  svo B er sönn.  $2*3 = 2+3 \times 3 = 11$  og  $3*2 = 3+3 \times 2 = 9$  svo C er sönn. Við sýndum rétt áðan að  $(2*3)*4 = 23$  svo D er ósönn.

- 8) Þrjátíu punktum, merktum 1, 2, ..., 30 er raðað á hring með jöfnu bili. Hvaða tala er beint á móti tölunni 7?

22

23

24

25

Lausn: 1 er á móti 16, 2 er á móti 17, 3 er á móti 18, o.s.frv. Mismunur gagnstæðra talna er 15, 7 er því á móti  $7 + 15 = 22$ .

- 9) Ef 15 ritarar geta vélritað 240 síður á 8 tímum, hversu lengi eru þá 16 ritarar að vélrita 384 síður með sama hraða?

8

10

12

15

Lausn: Látum X vera fjölda klukkutíma sem það tekur 16 ritara að vélrita 384 síður. Við vitum að 15 ritarar afkasta á 8 klukkutímum 240 síðum. Þá afkasta 16 ritarar 384 síðum á X tímum. Því er  $\frac{384}{240} = \frac{16 \times (X)}{15 \times 8}$  sem leiðir til  $X = \frac{384}{240} \times \frac{15 \times 8}{16} = 12$ .

- 10) Keðja með tveimur hlekkjum er 12 cm löng og keðja með fimm hlekkjum er 27 cm löng. Hve löng er 40 hlekkja keðja mæld í cm?



198

240

187

202

Lausn: Ef lengd staks hlekks er a cm og hlekkur sem bætt er við lengir keðjuna um b cm þá er  $a + b = 12$  og  $a + 4b = 27$ . Svo  $3b = 15$  sem gefur  $b = 5$  og  $a = 7$ . Því hefur keðja með 40 hlekkjum lengdina  $7 + 39 \times 5 = 202$  cm.

- 11) Guðni bóndi á fimm poka af kartöflum sem eru 7 kg, 10 kg, 14 kg, 18 kg og 19 kg. Hann selur 4 af pokunum til tveggja viðskiptavina þar sem annar kaupir tvöfalt á við hinn. Hve þungur er pokinn sem eftir er?

10

14

18

19

Lausn: Við vitum að annar viðskiptavinurinn kaupir tvöfalt á við hinn. Það gefur okkur að heildarþungi (í kg) kartaflanna sem þeir kaupa er margfeldi af þremur. Fyrst heildarþungi allra pokanna er 68 kg, og afgangurinn þegar 3 er deilt í 68 er 2, þá verður það sama að gilda þegar þyngd afgangspokans er deilt í 3. Það gengur aðeins fyrir 14 kg pokann. Því hefur annar viðskiptavinurinn keypt 18 kg pokann og hinn 7 kg, 10 kg og 19 kg pokana eða samtals 36 kg.

- 12) Ferskar aprikósur eru 80% vatn. Ef þær eru þurrkaðar hæfilega í sól tapa þær 75% vatninu. Hve mörg prósent af þurrkuðum aprikósum eru vatn?

25%

30%

45%

50%

Lausn: Segjum að fersk aprikósa sé A grömm. Þá er vatnsinnihaldið  $\frac{4}{5}A$  og þurrefni

$\frac{1}{5}A$ . Eftir þurrkun, hefur hún tapað  $\frac{3}{4}$  af vatninu og eftir stendur þá

$\frac{1}{4} \times \frac{4}{5}A = \frac{1}{5}A$  af vatni. Þetta er jafnmikið og þurrefnið. Því eru 50% þurrkaðrar aprikósu vatn.

- 13) Vala keyrir til Öllu vinkonu sinnar með jöfnum hraða, 50 km/klst. Þegar hún fer heim er orðið dimmt og komin hálka svo hún keyrir með jöfnum hraða, 30 km/klst, til baka. Hver er meðalhraði hennar á þessum ferðum mældur í km/klst?

35

37  $\frac{1}{2}$ 

40

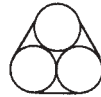
42  $\frac{1}{2}$ 

Lausn: Látum L tákna vegalengdina. Fyrri ferðin tekur þá  $\frac{L}{50}$  klst og sú seinni  $\frac{L}{30}$  klst.

Heildarvegalengdin er 2L og meðalhraðinn því

$$\frac{2L}{\frac{L}{50} + \frac{L}{30}} = \frac{2}{\left(\frac{3+5}{150}\right)} = \frac{2 \times 150}{8} = \frac{75}{2} = 37 \frac{1}{2} \text{ km/klst.}$$

- 14) Þrjú kringlótt rör með geisla (radíus) 1,5 m eru bundin saman eins og sýnt er á myndinni. Hve langt þarf reipið að vera í metrum ef það er bundið nákvæmlega einn hring um rörin?

9+2  $\frac{1}{4}\pi$ 12  $\pi$ 3  $\pi$  + 912  $\pi\sqrt{3}$ 

Lausn: Lengd reipisins á beinu köflunum er jöfn fjarlægðinni milli miðju hringanna, sem er  $2 \times 1,5 \text{ m} = 3 \text{ m}$  og það eru 3 beinir kaflar sem gera 9 m. Á hverjum bognum kafla nær reipið yfir þriðjung ummáls eins rörs. Það eru 3 bognir kaflar og reipið sem fer samtals í bognu kaflana er því jafnlangt og ummál eins rörs eða  $2 \times \pi \times 1,5 \text{ m} = 3\pi \text{ m}$ . Heildarlengd reipisins í metrum er  $3\pi + 9$ .

- 15) Geisli (radíus) svarta miðhringsins í skotskífunni er 1 cm og kragarnir tveir 1 cm að breidd. Finnið hlutfallið milli flatarmáls svarta kragans og svarta miðhringsins



9

3

4

5

Lausn: Radíus svarta miðhringsins er 1 cm og flatarmál hans  $\pi 1^2 = \pi \text{ cm}^2$ . Svarti kraginn afmarkast af tveimur hringjum, sá stærri hefur radíus 3 cm og sá minni radíus 2 cm. Flatarmál svarta kragans er þá  $\pi 3^2 - \pi 2^2 = 9\pi - 4\pi = 5\pi \text{ cm}^2$ .

Hlutfallið er því  $\frac{5\pi \text{ cm}^2}{\pi \text{ cm}^2} = 5$ .

- 16) Klukkan hvað eftir klukkan 4 nær stóri vísirinn þeim litla?

4:21

4:21  $\frac{7}{11}$ 4:21  $\frac{9}{11}$ 

4:22

Lausn: Látum  $r$  tákna hraða litla vísisins, þá er hraði þess stóra  $12r$ . Látum  $x$  vera vegalengdina sem stóri vísirinn fer þar sem mælieiningin er bilið milli mínútumarkanna á klukkunni. Vegalengdin, sem litli vísirinn færir um, er því  $x-20$ . Fyrst tími er jafn fjarlægð deilt með hraða þá fáum við að tíminn, sem

þetta tekur stóra vísinn, er  $\frac{x}{12r}$  og samsvarandi fyrir tímann sem sá litli

ferðast  $\frac{x-20}{r}$ . Tíminn, sem vísarnir ferðast, er sá sami svo við höfum

$\frac{x}{12r} = \frac{x-20}{r}$ , margföldum með  $r$  og fáum  $x = 12(x-20) = 12x - 12 \times 20$  og því

$x = \frac{12}{11} \times 20 = \frac{240}{11} = 21 \frac{9}{11}$ . Svarið er þess vegna 4:21  $\frac{9}{11}$ .

- 17) Kata og Stína ætla að keppa í 100 m hlaupi. Stína er litla systir Kötú og tapar hún hlaupinu. Hún er bara búin að hlaupa 80 m þegar Kata klárar. Þetta finnst henni ekki sanngjarnt svo þær ákveða að keppa aftur en í þetta skiptið byrjar Kata 20 m aftar. Hvernig fer hlaupið?

A) Þær verða jafnar.

B) Kata vinnur með 4 metra mun.

C) Kata vinnur með 8 metra mun.

D) Stína vinnur með 8 metra mun.

Lausn: Stína hljóp 80 metra á sama tíma og Kata hljóp 100 metra svo Stína hleypur  $\frac{4}{5}$  af

hraða Kötú. Meðan Kata hleypur 120 metra þá hleypur Stína  $\frac{4}{5}$  af því eða

$\frac{4}{5} \times 120 = 96$  metra. Stína er því 4 metrum á eftir Kötú þegar Kata kemur í mark.

- 18) Hvaða gildi hefur liður númer hundrað í rununni  $1^2 + 2, 2^2 + 3, 3^2 + 4, 4^2 + 5, \dots$ ?

10101

100101

1000101

10000101

Lausn: Liður númer hundrað er  $100^2 + 101 = 10000 + 101 = 10101$ .

## Annar hluti

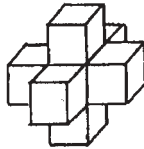
Í þessum hluta eru 6 spurningar. Hver spurning er 6 stiga virði.  
Hér á aðeins að skrifa svarið.

- 19) Árni bakari bakar fransbrauð, heilhveitibrauð og ítalskt brauð. Þau geta annaðhvort verið kringlótt eða kassalaga og á þau er annaðhvort stráð sesamfræjum eða því sleppt. Bessi kemur í bakaríð að kaupa brauð. Hversu marga mismunandi möguleika hefur hann á að velja sér brauð?

Svar: 12

Lausn: Þrjár tegundir af brauði, tvær gerðir af lögum og tveir möguleikar fyrir sesamfræ eða ekki. Þetta eru  $3 \times 2 \times 2 = 12$  mismunandi möguleikar fyrir Bessa.

- 20) Sjö kubbar eru límdir saman í eins konar stjörnu eins og myndin sýnir. Rúmmál stjörnunnar er  $189 \text{ cm}^3$ . Hvert er yfirborðsflatarmál stjörnunnar í  $\text{cm}^2$ ?



Svar:  $270 \text{ cm}^2$

Lausn: Rúmmál hvers kubbs er  $\frac{189}{7} = 27 \text{ cm}^3$  svo hliðarlengd hvers kubbs er

$\sqrt[3]{27 \text{ cm}^3} = 3 \text{ cm}$ . Kubbarnir sex, sem liggja utan á, hafa fimm berar hliðar, hverja að flatarmáli  $9 \text{ cm}^2$ . Yfirborðsflatarmál stjörnunnar er því  $6 \times 5 \times 9 \text{ cm}^2 = 270 \text{ cm}^2$ .

- 21) Það eru 20 strákar á grímuballi og 9 af þeim eru í draugabúningi. Í allt eru 12 krakkar í draugabúningi og á ballinu eru 5 stelpur sem ekki eru í draugabúningi. Hvað eru margir á grímuballinu?

Svar: 28

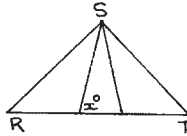
Lausn: Það eru 20 strákar. Af þeim 12 sem eru í draugabúningi eru 9 strákar og því 3 stelpur. Það eru 5 stelpur sem ekki eru í draugabúningi. Þar af leiðandi eru  $20 + 3 + 5 = 28$  á grímuballinu.

- 22) Lukku-Láki drekkur heila tunnu af vatni á 20 dögum. Ef Léttfeti hjálpar honum, klára þeir tunnuna á 15 dögum. Á hve mörgum dögum myndi Léttfeti klára tunnuna einsamall?

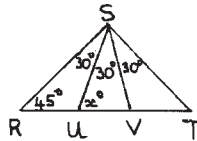
Svar: 60 dögum

Lausn: Lukku-Láki drekkur  $\frac{1}{20}$  af tunnuni á einum degi. Ef Léttfeti drekkur allt vatnið á  $n$  dögum þá drekkur hann  $\frac{1}{n}$  af tunnuni á dag. Saman drekka þeir  $\frac{1}{20} + \frac{1}{n} = \frac{1}{15}$  úr tunnu á dag. Fáum þá að  $\frac{1}{n} = \frac{1}{15} - \frac{1}{20} = \frac{4-3}{60} = \frac{1}{60}$ . Á einum degi drekkur Léttfeti  $\frac{1}{60}$  af vatninu í tunnuni og myndi þar með klára tunnuna á 60 dögum.

- 23) Á myndinni er þríhyrnurinn RST réthyrndur, þ.e. hornið RST er  $90^\circ$ . Einnig er  $RS = ST$ . Búið er að skipta horninu RST í þrjú jafnstór horn. Hvert er gildið á  $x$ ?



Svar: 75°



Lausn: Úr því  $SR = ST$  og  $\angle RST = 90^\circ$  er  $\angle SRT = 45^\circ$ .  
Fyrst US sker hornið  $\angle SRT$  í þrennt þá fæst  $\angle RSU = 30^\circ$ .  
Munum að hornasumma þríhyrnings er  $180^\circ$  og þess vegna er  $\angle RUS = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 105^\circ$ . Nú sjáum við að  $x$  er grannhorn  $\angle RUS$  og því er  $x = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$ .

## Priðji hluti

Í þessum hluta er eitt dæmi sem er 10 stiga virði. Við mat á lausnum er tekið tillit til frágangs.

---

- 25) Skólastjórinn í grunnskóla nokkrum spurði stærðfræðikennarann hvað hann teldi marga nemendur í skólanum góða í stærðfræði. Þegar hann heyrði svarið sagði skólastjórinn: „Þú ert alltof kröfuharður, ég er viss um að þú getur bætt helmingi til viðbótar við það“. Kennarinn sagði samkennurum sínum frá samtalinu. „Ég held að skólastjórinn hafi rangt fyrir sér“ sagði yngsti kennarinn. „Ég held að það sé þriðjungur til viðbótar við það sem skólastjórinn segir“. Elsti kennarinn var ekki sammála. „Að mínu áliti er fjöldinn einn þriðji af þinni tölu“, sagði hann við yngsta kennarann. „Svo munurinn milli mín og þín er 12“, sagði sá gamli við stærðfræðikennarann. Hvert var mat stærðfræðikennarans?

Lausn: Látum  $x$  vera töluna sem stærðfræðikennarinn nefndi. Skólastjórinn sagði að fjöldinn væri  $\frac{3}{2}x$ , sá yngsti hélt að fjöldinn væri  $\frac{3}{2}x + \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}x = 2x$  og sá elsti hélt að hann væri  $\frac{1}{3} \times 2x = \frac{2}{3}x$ . Munurinn á mati þess elsta og stærðfræðikennarans var 12 sem merkir  $x - \frac{2}{3}x = 12$  eða  $x = 36$ .

## Þriðji hluti

Í þessum hluta er eitt dæmi sem er 10 stiga virði. Við mat á lausnum er tekið tillit til frágangs.

---

- 25) Skólastjórinn í grunnskóla nokkrum spurði stærðfræðikennarann hvað hann teldi marga nemendur í skólanum góða í stærðfræði. Þegar hann heyrði svarið sagði skólastjórinn: „Þú ert alltof kröfuharður, ég er viss um að þú getur bætt helmingi til viðbótar við það“. Kennarinn sagði samkennurum sínum frá samtalinu. „Ég held að skólastjórinn hafi rangt fyrir sér“ sagði yngsti kennarinn. „Ég held að það sé þriðjungur til viðbótar við það sem skólastjórinn segir“. Elsti kennarinn var ekki sammála. „Að mínu álit er fjöldinn einn þriðji af þinni tölu“, sagði hann við yngsta kennarann. „Svo munurinn milli mín og þín er 12“, sagði sá gamli við stærðfræðikennarann. Hvert var mat stærðfræðikennarans?

Lausn: Látum  $x$  vera töluna sem stærðfræðikennarinn nefndi. Skólastjórinn sagði að fjöldinn væri  $\frac{3}{2}x$ , sá yngsti hélt að fjöldinn væri  $\frac{3}{2}x + \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}x = 2x$  og sá elsti hélt að hann væri  $\frac{1}{3} \times 2x = \frac{2}{3}x$ . Munurinn á mati þess elsta og stærðfræðikennarans var 12 sem merkir  $x - \frac{2}{3}x = 12$  eða  $x = 36$ .