

Stærðfræðikeppni Flensborgarskólans fyrir grunnskólanema 27. febrúar 2007 8. bekkur

Svör og lausnir

Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru 20 spurningar. Hver spurning er 3 stiga virði.
Setjið hring utan um rétt svar. Fyrir rangt svar er 1 stig dregið frá.

1) Hver eftirfarandi talna er minnst?

0,1

0,09

0,089

0,801

Svar: Minnsta talan er 0,089.

2) Hver er summa 1,23 og 0,046?

1,2345

1,276

1,69

1,2376

Svar: $1,230 + 0,046 = 1,276$.

3) Hver af eftirfarandi útkomum er oddatala?

23 - 17

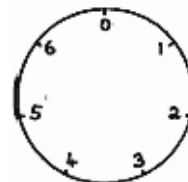
9 × 24

 $\frac{96}{8}$

9 × 41

Svar: $23 - 17 = 6$, $9 \times 24 = 216$ og $\frac{96}{8} = 12$ eru allar sléttar tölur en $9 \times 41 = 369$ er oddatala.

4) Hjá Marsbúum er klukkan eins og myndin sýnir þannig að á henni eru bara tölustafirir 0, 1, 2, 3, 4, 5 og 6. Hvað verður klukkan hjá þeim fjórum tímum eftir klukkan 5?



1

2

3

4

Svar: Teljum frá 5 fjóra tíma áfram og fáum 6, 0, 1, 2. Klukkan verður því tvö hjá þeim fjórum stundum eftir klukkan 5.

- 5) Myndin sýnir hvernig aðgerðin \diamond verkar milli talnanna 1, 2 og 3.

Til dæmis er $2 \diamond 1 = 3$

\diamond	1	2	3
1	4	2	3
2	3	6	5
3	2	6	4

\diamond	1	2	3
1	4	2	3
2	3	6	5
3	2	6	4

Hvaða tala er þá $3 \diamond 1$?

1

2

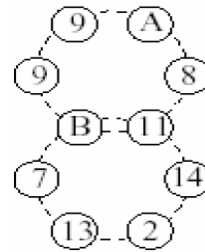
3

6

Svar: Samkvæmt myndinni er $3 \diamond 1 = 2$.

\diamond	1	2	3
1	4	2	3
2	3	6	5
3	2	6	4

- 6) Myndin sýnir tvo hringi með tölum og tveimur bókstöfum sem tákna tölur. Summa talnanna á hvorum hring er 55. Fyrir hvaða tölu stendur bókstafurinn A ?



9

10

13

16

Svar: Summa talnanna á neðri hringnum er $55 = B + 11 + 14 + 2 + 13 + 7 = B + 47$.

Fáum því $B = 55 - 47 = 8$. Fyrir efri hringinn fæst þá

$55 = A + 8 + 11 + 8 + 9 + 9 = A + 45$ og því er $A = 55 - 45 = 10$.

- 7) Aðeins ein eftirfarandi talna er deilanleg með 9. Hver talnanna er það?

4623747

37438974

67346438

5955006

Svar: Tala er deilanleg með 9 þá og því aðeins að þversumma tölunnar sé það.

Þversumma 4623747 er $4 + 6 + 2 + 3 + 7 + 4 + 7 = 33$, þversumma 37438974 er

$3 + 7 + 4 + 3 + 8 + 9 + 7 + 4 = 45 = 9 \times 5$, þversumma 67346438 er

$6 + 7 + 3 + 4 + 6 + 4 + 3 + 8 = 41$ og loks er þversumma 5955006

$5 + 9 + 5 + 5 + 0 + 0 + 6 = 30$. Aðeins 37438974 hefur þversummu sem er deilanleg með 9 og því er einungis sú tala deilanleg með 9.

- 8) Margfeldi tveggja jákvæðra heiltalna er 24. Hver er minnsta mögulega summa þeirra?

9

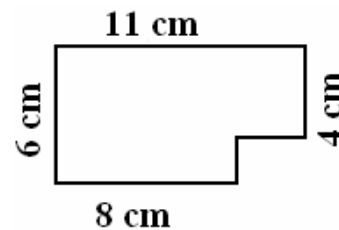
10

11

14

Svar: Jákvæðu heiltölurnar geta verið 1 og 24, 2 og 12, 3 og 8 eða 4 og 6. Minnsta mögulega summan sem fæst er $4 + 6 = 10$.

- 9) Jón á súkkulaðistykki sem skiptist í smærri bita. Hver bitanna er $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ að stærð. Eins og myndin sýnir hefur Jón þegar nartað í eitt horn stykkisins sem upphaflega var rétthyrnt. Hvað á hann marga bita eftir?



60

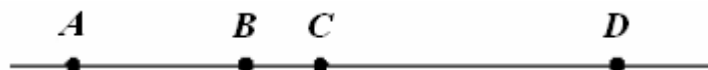
62

64

66

Svar: Reiknum flatarmál svæðisins sem hann hefur borðað. Það er $(6\text{cm} - 4\text{cm}) \times (11\text{cm} - 8\text{cm}) = 2\text{cm} \times 3\text{cm} = 6\text{cm}^2$. Í upphafi var súkkulaðistykkið $11\text{cm} \times 6\text{cm} = 66\text{cm}^2$. Jón á því $66\text{cm}^2 - 6\text{cm}^2 = 60\text{cm}^2$ eftir sem jafngilda 60 bitum.

- 10) Fjarlægðin milli A og C er 10m á myndinni, fjarlægðin milli B og D er 15m og fjarlægðin milli A og D er 22m. Hver er fjarlægðin milli B og C ?



1m

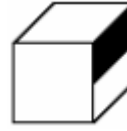
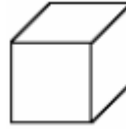
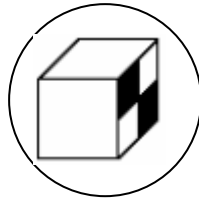
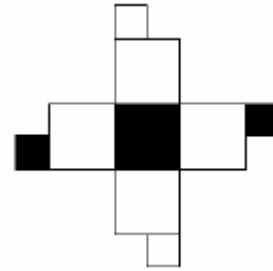
2m

3m

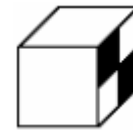
4m

Svar: Við höfum $AC + BD = AB + BC + BD = AD + BC$ þannig að $BC = AC + BD - AD = 10\text{m} + 15\text{m} - 22\text{m} = 3\text{m}$.

- 11) Meðfylgjandi mynd er klippt út og brotin saman eftir strikum þannig að úr verði teningur. Hver af eftirfarandi myndum sýnir þennan tening?



Svar: Athugum að litlu ferningarnir á myndinni verða allir á sömu hliðinni og sú hlið verður gagnstæð þeirri svörtu. Tökum einnig eftir að litlu svörtu ferningarnir mætast horn í horn svo annar valmöguleikinn er rétta svarið.



- 12) Sigrún ténir blóm í vönd. Fyrst ténir hún gult blóm, síðan rautt, þá hvítt og loks blátt. Þetta endurtekur hún í sömu röð þangað til hún er komin með vönd með 29 blómum. Af hvaða lit er 29. blómið?

Gult

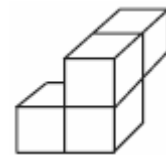
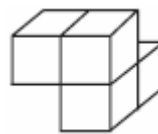
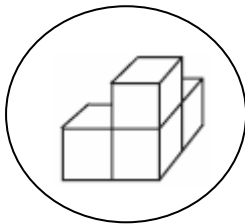
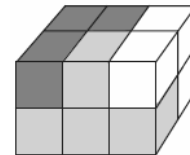
Rautt

Hvítt

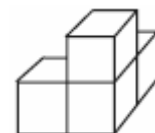
Blátt

Svar: Við sjáum að fjórða hvert blóm, frá og með því fyrsta, er gult. Það eru blóm númer 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25 og 29. Blómið númer 29 er því gult.

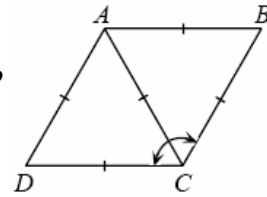
- 13) Kubburinn á myndinni er samsettur úr þremur hlutum. Sérhver þessara hluta er samsettur úr fjórum kubbum sem eru límdir saman. Hver af eftirfarandi hlutum hefur sömu lögun og dökkgrái hluti stóra kubbsins?



Svar: Hver þessara hluta er samsettur úr fjórum samanlímdum kubbum. Við sjáum alla gráu kubbana. Þá sjáum við þrjá hvítu kubbana. Eini möguleikinn fyrir fjórða hvíta kubbinn er að vera á neðri hæðinni fyrir miðju á hliðinni sem snýr frá okkur. Út frá því sést að dökkgrái hlutinn hefur sömu lögun og fyrsti valmöguleikinn.



- 14) Á myndinni er samsíðungur sem er myndaður úr tveimur jafnhliða þríhyrningum. Hve stórt er hornið BCD ?



60°

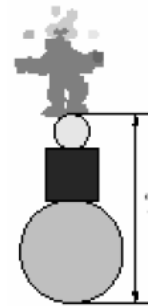
90°

120°

160°

Svar: Í jafnhliða þríhyrningi eru öll hornin 60°. Hornið BCD er summa tveggja slíkra og er því 120°.

- 15) Tóti trúður leikur listir sínar ofan á tveimur boltum og einum teningi. Geisli (radíus) neðri boltans er 9dm. Geisli efri boltans er þriðjungur geisla neðri boltans. Hlið kassans er 6dm lengri en geisli efri boltans. Í hve mikilli hæð stendur Tóti þegar hann leikur listir sínar?



2,1m

3m

3,3m

3,6m

Svar: Geisli efri boltans er $\frac{9\text{dm}}{3} = 3\text{dm}$. Hliðarlengd teningsins er $3\text{dm} + 6\text{dm} = 9\text{dm}$. Tóti stendur því í $2 \times 9\text{dm} + 2 \times 3\text{dm} + 9\text{dm} = 33\text{dm} = 3,3\text{m}$ hæð.

- 16) Hver er aftasti tölustafur tölunnar sem fæst þegar reiknað er út úr margfeldinu

$$\underbrace{2007 \times 2007 \times \dots \times 2007}_{10 \text{ sinnum}}?$$

1

3

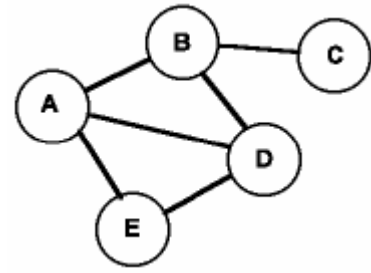
7

9

Svar: $7 \times 7 = 49$ svo 2007×2007 endar á 9. Þar sem $9 \times 9 = 81$ endar $(2007 \times 2007) \times (2007 \times 2007)$ á 1.

Þá endar líka $(2007 \times 2007 \times 2007 \times 2007) \times (2007 \times 2007 \times 2007 \times 2007)$ á 1 og þess vegna endar $\underbrace{2007 \times 2007 \times \dots \times 2007}_{10 \text{ sinnum}} = \underbrace{2007 \times 2007 \times \dots \times 2007}_{8 \text{ sinnum}} \times 2007 \times 2007$ á sama tölustaf og $7 \times 7 = 49$, það er að segja á tölustafnum 9.

17) Myndin sýnir kort af 5 borgum. Sölumaður ætlar að koma við í hverri borg og aðeins einu sinni í hverri og byrjar í C. Aðeins er hægt að komast milli borga sem eru tengdar saman, t.d. er CBDEA möguleg leið. Hvað getur hann valið um margar mögulegar leiðir?



2

4

6

8

Svar: Frá C verður sölumaðurinn að fara til B. Frá B getur hann valið um leiðirnar BADE, BAED, BDAE og BDEA. Sölumaðurinn hefur því um fjórar mismunandi leiðir að velja.

18) Sigrún kaupir epli og appelsínur. Eplin kosta 11 krónur stykkið og appelsínurnar 17 krónur stykkið. Hún kaupir epli og appelsínur fyrir 151 krónu. Hve mörg epli keypti hún?

1

3

4

6

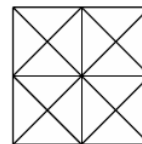
Svar: Látum E standa fyrir fjölda epla og A fyrir fjölda appelsína sem Sigrún kaupir og þá gildir jafnan $11E + 17A = 151$.

Þar sem $17 \times 9 = 153 > 151$ hefur hún ekki keypt fleiri en 8 appelsínur. Við þurfum því aðeins að athuga hvort jafnan gildir fyrir $A = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ eða 8.

Til þess athugum við hvort talan $E = \frac{151-17A}{11}$ sé heil fyrir þessi gildi á A . Sú athugun leiðir í ljós að $A = 5$ og $E = 6$ er því eina mögulega lausnin.

A	$E = \frac{151-17A}{11}$
1	$12 \frac{2}{11}$
2	$10 \frac{7}{11}$
3	$9 \frac{1}{11}$
4	$7 \frac{6}{11}$
5	6
6	$4 \frac{5}{11}$
7	$2 \frac{10}{11}$
8	$1 \frac{4}{11}$

19) Hvað eru margir ferningar á myndinni?



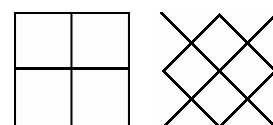
4

5

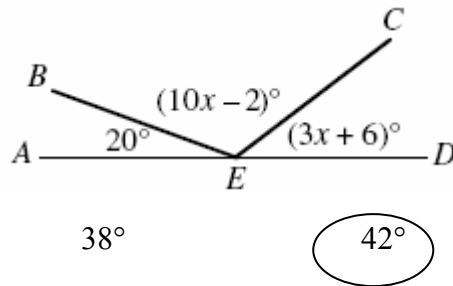
9

10

Svar: Skiptum myndinni í tvo hluta. Hvor hluti inniheldur 5 ferninga og þar sem ekkert strik á annarri myndinni myndar rétt horn við strik á hinn myndinni þá er enginn ferningur sem hefur strik úr báðum myndunum. Fjöldi ferninganna er því summan af fjölda ferninga í hvorri mynd, hann er því $5 + 5 = 10$.



- 20) Hve stórt er hornið CED á myndinni þegar AD er bein lína og E er punktur á línunni?



30°

36°

38°

42°

Svar: Við vitum að $180 = 20 + (10x - 2) + (3x + 6) = 13x + 24$ en þá er

$$13x = 180 - 24 = 156 \text{ og } x = \frac{156}{13} = 12. \text{ Þar með er } \angle CED = (3 \times 12 + 6)^\circ = 42^\circ.$$

Annar hluti

Í þessum hluta eru 5 spurningar. Hver spurning er 6 stiga virði. Hér á aðeins að skrifa svarið.

- 21) Reitir ferningsins á myndinni eiga að innihalda eina af tölunum 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 í hverjum reit þannig að summan sé sú sama hvort sem lagðar eru saman tölurnar í láréttari röð, lóðréttum dálki eða eftir hornalínu. Nokkrar talnanna vantar á myndina. Hvaða tala kemur í reitinn merktan D ?

A	1	B
5	9	13
D	E	3

Svar: 7

Lárétta miðjuröðin sýnir að sameiginlega summan er $5 + 9 + 13 = 27$. Þá sýnir lóðrétti miðdálkurinn að $E = 27 - (1 + 9) = 17$ og því sýnir neðsta lárétta röðin að $D = 27 - (17 + 3) = 7$.

- 22) Hver verður næsta talan í rununni 12, 23, 34, 45, ___?

Svar: 56

Hver tala, nema sú fyrsta, er 11 hærri en talan á undan. Næsta tala í rununni verður því $45 + 11 = 56$.

- 23) Útkoman úr $121^2 - 2 \times 121 \times 21 + 21^2$ er jöfn

Svar: 10.000

Notum ferningsregluna $121^2 - 2 \times 121 \times 21 + 21^2 = (121 - 21)^2 = 100^2 = 10.000$.

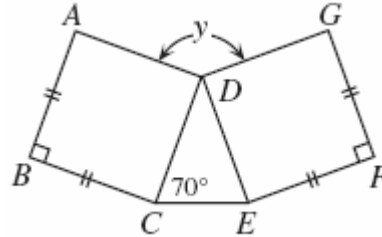
- 24) Fjórum jafnstórum jafnhliða þríhyrningum er raðað þannig að þeir myndi einn stóran jafnhliða þríhyrning. Hvert er ummál stóra þríhyrningsins ef ummál minni þríhyrninganna er 6m?



Svar: 12m

Minni þríhyrningarnir eru jafnhliða svo hliðar þeirra eru $\frac{6m}{3} = 2m$ að lengd. Eins og myndin sýnir er ummál stóra þríhyrningsins $6 \times 2m = 12m$.

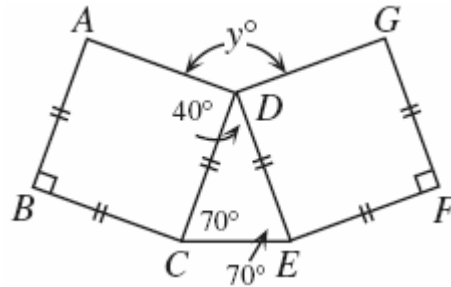
- 25) Á myndinni eru ferningarnir $ABCD$ og $DEFG$ með jafnlangar hliðar og hornið $DCE = 70^\circ$. Hve stórt er hornið y ?



Svar: 140°

Þríhyrningurinn er jafnarma og þar með er hornið $CED = 70^\circ$ og því er hornið $EDC = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$.

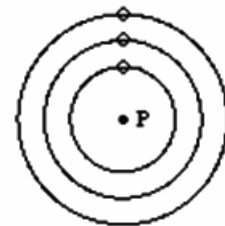
Hvert horn ferninganna er 90° og hornin, sem mynda heilan hring við punktinn D , sýna að $y + 90^\circ + 90^\circ + 40^\circ = 360^\circ$ en þá er $y = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$.



Þriðji hluti

Í þessum hluta er eitt dæmi sem er 10 stiga virði. Við mat á lausnum er tekið tillit til frágangs og skýrleika í framsetningu.

- 26) Dverghnötturinn Plútó hefur þrjú tungl. Eitt þeirra er 6 daga að fara kringum Plútó, annað er 10 daga og það þriðja er 15 daga að fara kringum Plútó. Segjum að staða tunglanna sé eins og myndin sýnir á hádegi 1. janúar. Hvaða dagur verður næst þegar þetta verður aftur staða tunglanna?



Svar: Minnsta samfeldi talnanna $6 = 3 \times 2$, $10 = 5 \times 2$ og $15 = 3 \times 5$ er talan $30 = 5 \times 3 \times 2$. Afstaða tunglanna verður næst sú sama eftir 30 daga og þá verður 31. janúar.