

# Stærðfræðikeppni Flensborgarskólans fyrir grunnskólanema 27. febrúar 2007 9. bekkur

## Svör og lausnir

### Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru 18 spurningar. Hver spurning er 3 stiga virði.  
Setjið hring utan um rétt svar. Fyrir rangt svar er 1 stig dregið frá.

1) Hve margar heiltölur eru á talnalínu milli talnanna 2,09 og 15,3?

11

12

13

14

Svar: Heiltölurnar milli 2,09 og 15,3 eru 3, 4, ..., 14, 15 og þær eru 13 talsins.

2) Hvert eftirfarandi atriða hefur stærstu útkomuna?

 $2+0+0+3$  $2 \times 0 \times 0 \times 3$  $(2+0) \times (0+3)$  $(2 \times 0) + (0 \times 3)$ 

Svar: Nú er  $2+0+0+3=5$ ,  $2 \times 0 \times 0 \times 3=0$ ,  $(2+0) \times (0+3)=2 \times 3=6$  og  $(2 \times 0) + (0 \times 3)=0$ . Það er því  $(2+0) \times (0+3)$  sem hefur stærstu útkomuna.

3) Hvert er gildi brotsins  $\frac{2007+2007+2007+2007+2007+2007}{2007+2007+2007}$ ?

2007

3

2

6021

Svar:  $\frac{2007+2007+2007+2007+2007+2007}{2007+2007+2007} = \frac{2007 \times 6}{2007 \times 3} = \frac{6}{3} = 2$ .

4) 5% af tölu eru 8. Hvað eru 25% af sömu tölu?

0.1

40

200

320

Svar: 25% tölunnar eru  $5 \times 8 = 40$ .

5) Hver verður næsta talan í rununni 5, 8, 11, 14, \_\_\_?

15

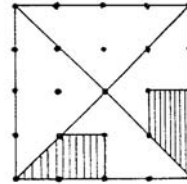
16

17

18

Svar: Hver tala, nema sú fyrsta, er þremur hærrí en næsta tala á undan. Næsta tala í rununni verður þess vegna  $17 = 14 + 3$ .

6) Hve stór hluti myndarinnar er skyggður, ef punktarnir eru jafndreifðir?

 $\frac{1}{4}$  $\frac{3}{20}$  $\frac{3}{16}$  $\frac{1}{3}$ 

Svar: Myndin er í heild 16 fereiningar og þar af er hvort skyggða svæðið  $1\frac{1}{2}$  fereining að stærð. Hlutfallið er því  $\frac{3}{16}$ .

7) Davíð ákveður að stríða Geir. Hann límir nýja tölustafi yfir takkana frá 1 til 9 á vasareikninum hans. Í stað 9 setur hann 1, í stað 8 setur hann 2, í stað 7 setur hann 3 og svo framvegis þangað til að lokum hann setur 1 í stað 9. Hvað fær Geir út þegar hann ætlar að reikna  $6 \times 9$  á vasareikninn?

0

4

9

54

Svar: Þegar Geir slær á tölustafinn 6 slær hann í raun inn 4 og þegar hann slær á tölustafinn 9 slær hann í raun inn 1. Útkoman sem hann fær er því  $4 \times 1 = 4$ .

8) Siggí notar 4ml af geli á dag til að setja hár sitt í réttar skorður. Hve marga daga er hann tæma 128ml túpu af geli?

15

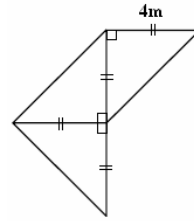
16

18

32

Svar:  $\frac{128\text{ml}}{4\text{ml/dag}} = 32$  daga.

- 9) Á myndinni eru tvístrikuðu strikin jafnlöng, 4m hvert. Hvert er heildarflatarmál myndarinnar?

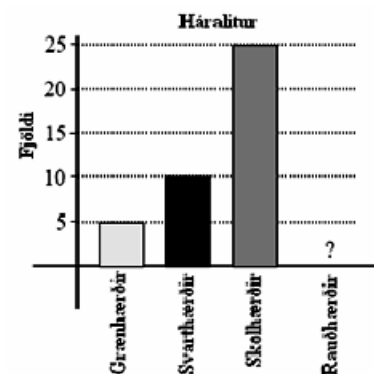
12m<sup>2</sup>18m<sup>2</sup>20m<sup>2</sup>24m<sup>2</sup>

Svar: Þríhyrningarnir eru jafnstórir úr því tvístrikuðu strikin eru jafnlöng.

Flatarmál hvers þeirra er  $\frac{4m \times 4m}{2} = 8m^2$  og þá heildarflatarmálið

$$3 \times 8m^2 = 24m^2.$$

- 10) Myndin sýnir hvernig háralitur þátttakenda í stærðfræðikeppni nokkurri skiptist en þó vantar súluna fyrir rauðan háralit. Finnið hlutfall rauðhærðra ef gefið er að helmingur keppendanna er skollhærður.



5%

10%

20%

50%

Svar: Myndin sýnir að skollhærðir eru 25 talsins sem er helmingur keppendanna.

Heildarfjöldi keppendanna er því  $2 \times 25 = 50$ . Samkvæmt myndinni er fjöldi keppendanna sem ekki eru rauðhærðir  $5 + 10 + 25 = 40$ . Það eru því  $50 - 40 = 10$

rauðhærðir keppendur og hlutfall þeirra er því  $\frac{10}{50} = 0,2$  eða 20%.

- 11) Á myndinni á margfeldið að vera það sama hvort sem margfaldaðar eru saman tölurnar í láréttri röð, lóðréttum dálki eða á hornalínu. Hver er summa talnanna sem vantar?

12	1	18
9	6	4
		3

28

30

38

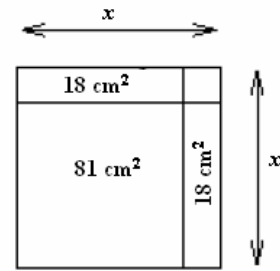
72

Svar: Margfeldið er  $12 \times 1 \times 18 = 216$ . Við sjáum þá að talan niðri vinstra megin

verður  $\frac{216}{12 \times 9} = 2$  og talan niðri í miðið verður  $\frac{216}{1 \times 6} = 36$ .

Summa þeirra er  $2 + 36 = 38$ .

- 12) Hliðarlengd stærsta ferningsins á myndinni er  $x$ .  
Hann samanstendur af ferningi með flatarmál  $81\text{cm}^2$ ,  
tveimur  $18\text{cm}^2$  ferhyrningum og litlum ferningi uppi  
í hægri horninu. Hver er hliðarlengdin  $x$ ?



9cm

10cm

11cm

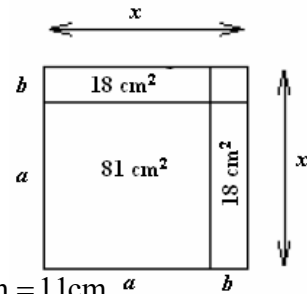
12cm

Svar: Skrifum  $x = a + b$  þar sem  $a$  er hliðarlengd  
ferningsins með flatarmálið  $81\text{cm}^2$  og  $b$  er skammhlið  
ferhyrninganna með flatarmálið  $18\text{cm}^2$ .

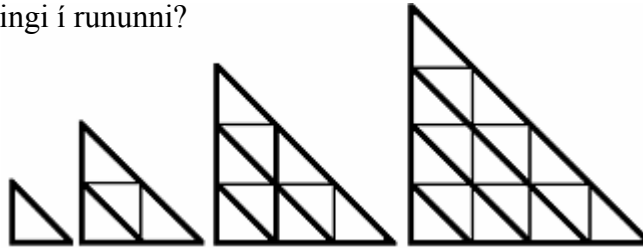
Við sjáum að  $a^2 = 81\text{cm}^2$  og  $a \times b = 18\text{cm}^2$ .

Þá er  $a = \sqrt{81\text{cm}^2} = 9\text{cm}$  og  $b = \frac{18\text{cm}^2}{9\text{cm}} = 2\text{cm}$ .

Hliðarlengd stærsta ferningsins er þar með  $x = 9\text{cm} + 2\text{cm} = 11\text{cm}$ .



- 13) Á myndinni sjáum við runu af þríhyrningum og við skulum kalla fyrsta  
þríhyrninginn einingarþríhyrning. Hve margir einingarþríhyrningar verða í næsta  
þríhyrningi í rununni?



24

25

36

49

Svar: Fyrstu fjórir þríhyrningarnir hafa  $1 = 1^2$ ,  $4 = 2^2$ ,  $9 = 3^2$  og  $16 = 4^2$   
einingarþríhyrninga. Í næsta þríhyrningi eru því  $5^2 = 25$  einingarþríhyrningar.

- 14) Í fermingarveislu getur Friðrika valið um fimm kökutegundir og þrjá drykki. Hún  
fær sér eina kökusneið og drekkur með því glas af einum drykk. Hve marga  
möguleika hefur hún um að velja?

3

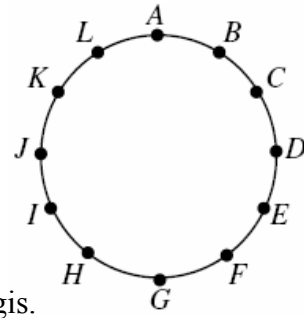
5

8

15

Svar: Hún getur valið um fimm kökutegundir og fyrir hverja þeirra getur hún valið  
um þrjá drykki. Hún hefur því  $5 \times 3 = 15$  möguleika til að velja sér kökusneið og  
drykk.

- 15) Við kringlótt veisluborð eru sætin merkt með bókstöfunum frá  $A$  upp í  $L$  eins og myndin sýnir og við hvert sæti er búið að setja blöðru. Perla prakkari tekur upp á því að sprengja flestar blöðurnar stuttu áður en gestirnir mæta. Hún gengur á röðina og sprengir þriðju hverja blöðru þangað til tvær eru eftir. Perla byrjar á að sprengja blöðru  $C$ , næst blöðru  $F$  og svo framvegis. Hvaða tvær blöðrur verða eftir?



$B$  og  $H$

$B$  og  $G$

$A$  og  $E$

$E$  og  $J$

Svar: Blöðurnar eru sprengdar í eftirfarandi röð  $C, F, I, L, D, H, A, G, B$  og  $K$ . Það eru því blöðurnar  $E$  og  $J$  sem sleppa undan varginum.

- 16) Fyrir tölur  $a$  og  $b$  látum við  $a * b$  tákna töluna  $a \times (a + b)$ . Fyrir hvaða tölu stendur þá  $(4 * 5) * 6$ ?

54

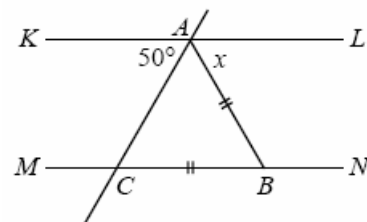
120

1512

2048

Svar: Byrjum á að reikna út úr sviganum og fáum  $(4 * 5) = 4 \times (4 + 5) = (4 \times 9) = 36$ . Þá er  $(4 * 5) * 6 = 36 * 6 = 36 \times (36 + 6) = 36 \times 42 = 1512$ .

- 17) Á myndinni eru línurnar  $KL$  og  $MN$  samsíða, strikin  $AB$  og  $BC$  jafnlöng og  $\angle KAC = 50^\circ$ . Hve stórt er hornið  $x$ ?



$40^\circ$

$65^\circ$

$80^\circ$

$100^\circ$

Svar: Hornið  $\angle ACB = 50^\circ$  því það er jafnt topphorni  $\angle KAC$  sem er  $50^\circ$ . Fyrst þríhyrningurinn  $\triangle ABC$  er jafnarma þá er hornið  $\angle BAC = \angle ACB = 50^\circ$ . Þá er hornið  $x = 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ) = 80^\circ$ .

- 18) Í hjólreiðabúðinni Krummanum er búið að stilla upp hjólum í sýningarsal búðarinnar. Hjólin eru ýmist tvíhjól eða þríhjól og að sjálfsögðu öll í finu lagi. Hrafn, eigandi búðarinnar, telur 152 fótstig (pedala) og 176 dekk á þessum hjólum í salnum. Hve mörg þríhjól eru í sýningarsalnum?

20

22

24

26

Svar: Hverju hjóli fylgja tvö fótstig svo hjólin eru alls  $\frac{152}{2} = 76$ . Látum  $P$  tákna fjölda þríhjóla. Þá eru  $76 - P$  tvíhjól og út frá dekkjafjöldanum fáum við  $176 = 3P + 2(76 - P) = 3P + 152 - 2P = P + 152$  sem gefur að fjöldi þríhjóla er  $P = 176 - 152 = 24$ .

## Annar hluti

Í þessum hluta eru 6 spurningar. Hver spurning er 6 stiga virði. Hér á aðeins að skrifa svarið.

- 19) Á hvaða tölustaf endar talan sem fæst úr summunni  $1996 + 1997 + 1998 + \dots + 2007$ ?

Svar: 8

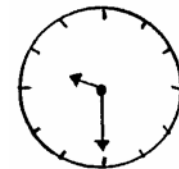
Nóg er að skoða tölustafina í einingarsætinu. Fáum summuna  $6 + 7 + 8 + 9 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 58$ . Aftasti tölustafurinn er því 8.

- 20) Sophie Germain fæddist 1776 og lést 1831, Sonja Kowalevsky fæddist 1850 og lést 1891 en Emmy Noether fæddist 1882 og lést 1935. Raðið þessum þremur stærðfræðingum í röð eftir því hve háum aldri þeir náðu, frá þeim sem náði hæstum aldri til þess sem lést yngstur. Táknið Sophie Germain með SG, Sonju Kowalevsky með SK og Emmy Noether með EN til að minnka skriftir.

Svar: SG-EN-SK

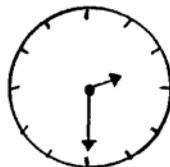
Við sjáum að  $1831 - 1776 = 65$ ,  $1891 - 1850 = 41$  og  $1935 - 1882 = 53$  svo Sophie Germain lést 64 eða 65 ára, Sonja Kowalevsky lést 40 eða 41 árs og Emmy Noether lést 52 eða 53 ára. Röðin er því SG-EN-SK eftir upphafsstöfum þeirra.

- 21) Alexander úrilli er haldinn hræðilegum sjúkdómi. Hann getur ekki litið beint á klukkur. Til að vita hvað tímanum líður notast hann við spegil og lítur á spegilmyndir klukkna. Einn daginn sér hann spegilmynd kirkjuklukku eins og myndin sýnir. Hvað er klukkan þá?



Svar: 2:30

Kirkjuklukkan sýnir 2:30.

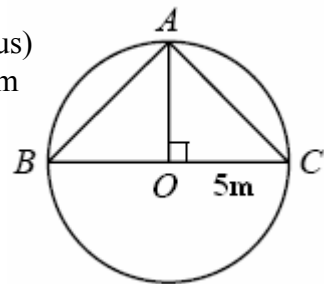


- 22) Í Windsurf-fjölskyldunni á hvert barn að minnsta kosti tvo bræður og tvær systur. Hver er minnsti mögulegi fjöldi barna í fjölskyldunni?

Svar: 6

Hver strákur í fjölskyldunni á a.m.k. tvo bræður svo bræðurnir eru ekki færri en þrír. Á sama hátt má sjá að stelpurnar eru ekki heldur færri en þrjár og börnin a.m.k. sex. Jafnframt sjáum við að sex systkin, þrír bræður og þrjár systur, uppfylla bæði skilyrðin.

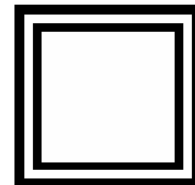
- 23)  $BC$  er miðstrengur hrings með miðju í  $O$  og geisla (ræðius) 5m eins og myndin sýnir. Punkturinn  $A$  liggur á hringnum og  $AO$  liggur hornrétt á  $BC$ . Hvert er flatarmál þríhyrningsins  $ABC$ ?



Svar:  $25\text{m}^2$

$BC$  er miðstrengur hrings með geisla 5m og hefur því lengdina 10m.  $AO$  hefur sömu lengd og geislinn. Flatarmál  $ABC$  er því  $\frac{1}{2} \times (10\text{m} \times 5\text{m}) = 25\text{m}^2$ .

- 24) Á meðfylgjandi mynd er ummál stærri ferningsins 20m og ummál minni ferningsins er 16m. Hvert er flatarmál svæðisins milli ferninganna?



Svar:  $9\text{m}^2$

Hliðarlengd stóra ferningsins er  $\frac{20\text{m}}{4} = 5\text{m}$  og hliðarlengd þess minni er  $\frac{16\text{m}}{4} = 4\text{m}$ . Flatarmálin eru  $5\text{m} \times 5\text{m} = 25\text{m}^2$  og  $4\text{m} \times 4\text{m} = 16\text{m}^2$  og mismunur þeirra  $25\text{m}^2 - 16\text{m}^2 = 9\text{m}^2$ .

## Þriðji hluti

Í þessum hluta er eitt dæmi sem er 10 stiga virði. Við mat á lausnum er tekið tillit til frágangs og skýrleika í framsetningu.

---

25) Rauðir og grænir drekar búa í helli nokkrum. Sérhver rauður dreki hefur sex höfuð, átta fætur og tvo hala. Sérhver grænn dreki hefur átta höfuð, sex fætur og fjóra hala. Í hellinum eru samtals 44 halar og grænu fætarnir eru sex færri en rauðu höfuðin. Hve margir eru rauðu drekarnir í hellinum?

Svar: Látum  $R$  tákna fjölda rauðu drekanna og  $G$  fjölda þeirra grænu. Fjöldi rauðu halanna í hellinum er þá  $2R$  og fjöldi grænu halanna  $4G$  og samtals eru halarnir í hellinum  $2R + 4G = 44$ . Eins eru  $6R$  rauð höfuð og  $6G$  grænir fætur svo  $6R - 6G = 6$ . Styttum og fáum  $R + 2G = 22$  og  $R - G = 1$ . Setjum  $R = G + 1$  inn í  $R + 2G = 22$  og fáum  $G + 1 + 2G = 22$ ,  $3G = 21$  sem þýðir að  $G = 7$ . Nú fæst  $R = G + 1 = 7 + 1 = 8$  sem sýnir að það eru átta rauðir drekar í hellinum.